Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ТРУДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 36 (163)

СБОРНИК СТАТЕЙ ПО СЕЙСМОЛОГИИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

МОСКВА—1956

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ТРУДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

№ 36 (163)

СБОРНИК СТАТЕЙ ПО СЕЙСМОЛОГИИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

МОСКВА — 1956

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Ответственный редактор
доктор физико-математических наук
Д. П. Кирнос

STAT

STAT

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ТРУДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА, № 36 (163)

С. И. ЕРЕСЬКО

ИССЛЕДОВАНИЕ ОШИБОК ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ОЧАГОВ КРЫМСКИХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

В статье дается оценка точности определения положения эпицентра и глубины залегания очага землетрясений Крыма по методу Вадати.

* * *

Основной материал инструментальных наблюдений землетрясений из крымских очагов относится ко времени 1928—1941 гг., когда регистрация производилась четырьмя сейсмическими станциями крымской региональной сети, которая была организована после разрушительного землетрясения 12 сентября 1927 г., сопровождавшегося многочисленными повторными толчками в течение трех лет. Такие землетрясения в Крыму происходят редко; на 100 лет приходится 1—2 случая разрушительных землетрясений. Однако там часто наблюдаются землетрясения небольшой силы, которые не ощущаются населением и регистрируются станциями, расположенными только вблизи очагов. Поэтому подавляющее большинство рассматриваемых землетрясений зарегистрировано, в лучшем случае, четырьмя сейсмическими станциями [1].

Материал наблюдений обрабатывался методом Вадати [2], при использовании которого для определения положения очага требуется иметь наблюдения не менее, чем четырех станций.

Таким образом, число станций крымской сети оказалось недостаточным для того, чтобы по наблюдениям построить оценку ошибок в вычислениях положения очагов. Цель настоящей работы состоит в том, чтобы из аналитического выражения названного метода путем определения среднеквадратических погрешностей получить оценку точности вычисления координат и глубины очагов.

Математическое выражение метода Вадати обычно представляют уравнениями семейства окружностей вида:

$$\left(x - \frac{x_0 - m_i^2 x_i}{1 - m_i^2}\right)^2 + \left(y - \frac{y_0 - m_i^2 y_i}{1 - m_i^2}\right)^2 = \left(\frac{m_i B_i}{1 - m_i^2}\right)^2; \qquad (1)$$

число таких уравнений равно числу пар станций, которых должно быть не менее трех для решения задачи. В уравнении (1) x и y — координаты эпицентра, x_0 и y_0 — координаты ближайшей к эпицентру станции, x_i и y_i — координаты станции, спаренной с первой, B_i — базис между этой парой

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

станций, m_i — отношение разностей времени прихода на станции продольных и поперечных волн, т. е.

$$m_i = \frac{\overline{S_0} - \overline{P_0}}{S_i - P_i}. \tag{2}$$

Координаты эпицентра (x, y), а также глубина очага определяются графически путем построения на планшете пересечения окружностей системы (1). Радиусы окружностей

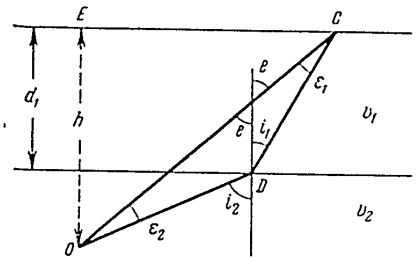
$$\frac{m_i B_i}{1 - m_i^2} \tag{3}$$

и координаты их центров

$$\frac{x_0 - m_i^2 x_i}{1 - m_i^2} \text{ и } \frac{y_0 - m_i^2 y_i}{1 - m_i^2} \tag{4}$$

вычисляются по данным наблюдений.

Условия вывода системы (1) предполагают, что сейсмические волны от очага к наблюдателям проходят по прямолинейным путям и скорость распространения волн на протяжении всего луча неизменна по величине и одинакова для всех станций. Другими словами, система (1) применима лишь при однородном строении горных пород на путях распространения волн от очага до станций. Можно показать, однако, что однородность строения горных пород не является обязательным условием применимости системы (1). Строение среды может быть и многослойным, но каждый слой должен быть однородным и простираться горизонтально. В таком случае ломаный луч, пронизывающий эти слои, обладает свойством прямого луча, проведенного из очага в точку наблюдения, со скоростью, равной среднеквадратической из всех скоростей ломаного и практически одинаковой для всех станций.



Фиг. 1. Схема построения осредненного луча.

Возьмем для упрощения рассуждений только два таких слоя. Обозначим мощность первого слоя через d_1 и поместим очаг на глубине h во втором слое (фиг. 1).

Пусть луч пробегает первый слой по прямой $DC = l_1$ со скоростью v_1 за время t_1, а второй слой — по прямой $OD = l_2$ со скоростью v_2 за время t_2.

Согласно теории [3,4] среднеквадратическую скорость распространения вдоль ломаного луча ODC можно представить следующей формулой:

$$v_0^2 = \frac{v_1^2 t_1 + v_2^2 t^2}{t_1 + t_2}. \tag{5}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Здесь каждый отрезок времени t_1 и t_2 представляет вес своей скорости. Формулу (5) перепишем так:

$$v_0 = \frac{v_1(v_1 t_1) + v_2(v_2 t_2)}{v_0(t_1 + t_2)} = \frac{v_1 l_1 + v_2 l_2}{l_0},$$

$$v_0 = v_1 \frac{l_1}{l_0} + v_2 \frac{l_2}{l_0}. \qquad (6)$$

Здесь l_0 — осредненный луч; на чертеже ему соответствует прямая OC.

Проектируя отрезки луча на вертикальную ось, получим:

$$l_1 \cos i_1 = d_1,$$
$$l_2 \cos i_2 = h - d_1,$$
$$l_0 \cos e = h.$$

Составим отношения:

$$\frac{l_1 \cos i_1}{l_0 \cos e} = \frac{d_1}{h}; \qquad \frac{l_2 \cos i_2}{l_0 \cos e} = \frac{h - d_1}{h}. \qquad (7)$$

Здесь i_1 и i_2 — углы падения отрезков ломаного луча в первом и втором слое, e — угол падения осредненного луча. Угол e представляет арифметическое среднее углов i_1 и i_2.

Из фиг. 1 устанавливаем:

$$e = i_1 + \varepsilon_1, \quad e = i_2 - \varepsilon_2, \text{ т. е. } i_1 < e < i_2.$$

Таким образом видно, что если i_1 и i_2 мало отличаются друг от друга, то e еще меньше отличается от них; поэтому в равенствах (7) отношения косинусов можно принять равными единице, после чего эти равенства перепишутся так:

$$v_0 = v_1 \frac{d_1}{h} + v_2 \frac{h - d_1}{h}.$$

Если бы мы рассматривали случай не двух, а n слоев, то совершенно таким же путем мы бы получили следующее выражение среднеквадратической из n скоростей:

$$v_0 = \frac{v_1 d_1 + v_2 d_2 + \cdots + v_n (h - d_1 - d_2 - \cdots - d_{n-1})}{h}, \qquad (8)$$

где d_1, d_2, d_{n-1} — мощности пронизываемых слоев.

Из формулы (8) следует, что значение среднеквадратической скорости распространения волны будет одинаковым для любой станции при условии неизменности по простиранию мощностей слоев и скоростей внутри этих слоев. Поэтому вполне законно применение метода Вадати к обработке материалов землетрясений, очаги которых располагаются ниже верхнего слоя, при условии однородного строения слоев и горизонтального их простирания.

Однородность строения горных пород Крыма весьма убедительно выявляется на материалах наблюдения крымских землетрясений.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Прежде всего на такую однородность указывает хорошая сходимость вычислений коэффициента k*.

Независимо от глубины очага, разброс значений k, вычисляемых по наблюдениям каждой отдельно взятой пары станций, ни в одном случае не достигает величины среднеквадратической погрешности $\delta k = \pm 0{,}5$ км/сек, получающейся, как будет показано ниже, вследствие неточности измерения на сейсмограмме разности времен вступления $\overline{S} - \overline{P}$. Поэтому мы вправе считать скорости распространения волн одинаковыми для всех станций и пренебречь влиянием скорости на величину погрешности в вычислении положения очага. В результате остается только один источник значительных погрешностей в определении радиусов и координат центров окружностей системы (1) — неточность измерения разностей вступлений $\overline{S} - \overline{P}$.

Из выражений (3) и (4) видно, что в вычислениях используется параметр m_i, который вычисляется для каждой пары станций по их наблюдениям. Погрешность этого параметра определяется величиной погрешности измерения времени вступления волн $\overline{P}$ и $\overline{S}$. Таким образом, параметр m_i представляет главный источник погрешностей вычисления; мы же принимаем его и за единственный источник, пренебрегая погрешностями базисов и координат станций как малыми по сравнению с ним.

Погрешность измерения разности $\overline{S} - \overline{P}$ зависит от масштаба времени (длины марки времени) и от длины сейсмической волны; чем меньше длина волны, тем более четко ее вступление, поэтому погрешность измерения вступления можно принять пропорциональной длине волны. Так как волны близких землетрясений сравнительно коротки, то их вступления, даже при малой интенсивности, достаточно четки для точных измерений. Следовательно, погрешности измерения вступления волн близких землетрясений, при длине минутной марки, равной 30 мм, обусловлены только малостью масштаба времени. Практически величину этих погрешностей можно принять равной $\pm$ 0,5 сек. (ошибка округления до целых секунд).

Будем считать измерения вступлений волн $\overline{P}$ и $\overline{S}$, а также измерения всех станций равноточными, тогда среднеквадратическая погрешность разности $\overline{S} - \overline{P}$ будет равна корню квадратному из суммы квадратов ошибок измерения вступления $\overline{P}$ и $\overline{S}$. Обозначая ее буквой τ, можем написать:

$$\tau^2 = (0{,}5)^2 + (0{,}5)^2 = 0{,}5. \qquad (5)$$

Для краткости письма будем обозначать разность $\overline{S}_i - \overline{P}_i$ через t_i, тогда формула (2) перепишется так:

---

* $k = \dfrac{v_{\overline{P}} v_{\overline{S}}}{v_{\overline{P}} - v_{\overline{S}}} = 8$ км/сек для Крыма, $v_{\overline{P}}$ и $v_{\overline{S}}$ — скорости продольных и поперечных волн.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$m_i = \frac{t_0}{t_i}, \tag{6}$$

а среднеквадратическая погрешность величины m_i вычислится по формуле:

$$(\delta m_i)^2 = \left[\left(\frac{\partial m_i}{\partial t_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_i}{\partial t_i}\right)^2\right]\tau^2. \tag{7}$$

Подставляя в (7) значения частных производных, полученных из уравнения (6), можно написать:

$$(\delta m_i)^2 = \left(\frac{1}{t_1^2} + \frac{t_0^2}{t_1^4}\right)\tau^2,$$

и окончательно:

$$(\delta m_i)^2 = \frac{1}{t_i^2}(1 + m_i^2)\tau^2. \tag{7a}$$

Равенство (7а) представляет собой выражение квадрата среднеквадратической погрешности параметра m_i.

Обратимся теперь к системе уравнений (1). Поместим начало координатных осей на ближайшей к эпицентру станции и направим ось OX на север, при этом координаты станций приобретают такие значения:

$$\begin{aligned} x_0 &= y_0 = 0, \\ x_i &= B_i \cos a_i, \\ y_i &= B_i \sin a_i, \end{aligned} \tag{8}$$

где a_i — азимуты базисов от меридиана, проходящего через нулевую станцию. Для краткости письма обозначим еще:

$$\begin{aligned} \cos a_i = \alpha_i, \quad \sin a_i = \beta_i, \\ \frac{m_i^2 B_i}{1 - m_i^2} = c_i. \end{aligned} \tag{9}$$

Теперь систему (1) можно представить так:

$$(x + c_i\alpha_i)^2 + (y + c_i\beta_i)^2 = \left(\frac{c_i}{m_i}\right)^2. \tag{10}$$

Пользуясь тем, что положение эпицентра уже найдено графически, мы можем еще дальше продлить упрощение системы (1), для этого сделаем поворот координатных осей вокруг начала так, чтобы ось OX проходила через эпицентр. Обозначая в новой координатной системе координаты эпицентра через $\bar{x}$ и $\bar{y}$, получим: $\bar{x} = \Delta$(Δ — эпицентральное расстояние до нулевой станции); $\bar{y} = 0$, а уравнения (10) перепишутся так:

$$(\bar{x} + c_i\alpha_i)^2 + c_i\beta_i^2 = \frac{c_i^2}{m_i^2}.$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

После несложных преобразований эти уравнения можно окончательно представить в виде:

$$\bar{x}^2 + 2c_i\alpha_i\bar{x} - c_iB_i = 0. \tag{11}$$

Среднеквадратическая погрешность величины $\bar{x}$ по параметру m_i, согласно общим положениям теории ошибок, должна быть вычислена по следующей формуле:

$$\delta\bar{x} = \pm\sqrt{\left(\frac{\partial\bar{x}}{\partial m_1}\delta m_1\right)^2 + \left(\frac{\partial\bar{x}}{\partial m_2}\delta m_2\right)^2 + \left(\frac{\partial\bar{x}}{\partial m_3}\delta m_3\right)^2},$$

или, короче,

$$\delta\bar{x} = \pm\sqrt{\sum_i^3\left(\frac{\partial\bar{x}}{\partial m_i}\delta m_i\right)^2}. \tag{12}$$

Число слагаемых не должно превышать трех, так как это — необходимое и достаточное число уравнений системы (1) для решения основной задачи. Здесь δm_i вычисляется по формуле (7а), а частные производные

$$\frac{\partial\bar{x}}{\partial m_i} = \frac{\partial\bar{x}}{\partial c_i}\frac{\partial c_i}{\partial m_i}$$

легко получить, дифференцируя систему (11) по параметру m_i:

$$\frac{\partial\bar{x}}{\partial m_i} = \frac{B_i - 2\bar{x}\alpha_i}{2(\bar{x}+c_i\alpha_i)}\frac{\partial c_i}{\partial m_i}, \tag{13}$$

где

$$\frac{\partial c_i}{\partial m_i} = \frac{2m_iB_i}{(1-m_i^2)^2} \tag{14}$$

получается путем дифференцирования уравнений (9).

При вычислении частных производных по формуле (13) значение $\bar{x}$ следует считать известным из графических определений.

Погрешность $\delta\bar{y}$, т. е. погрешность положения эпицентра в направлении, перпендикулярном эпицентральному расстоянию $\bar{x}$, определяется по следующей формуле:

$$\delta\bar{y} = \bar{x}\delta A, \tag{15}$$

где δA — погрешность угла поворота координатной системы. Дело в том, что при переходе к новой системе координат мы направили координатную ось OX не на истинный эпицентр, а на эпицентр, вычисленный из наблюдений. Таким образом мы получили ошибку в повороте координатной системы, равную ошибке положения эпицентра в направлении поворота. Для того чтобы найти величину ошибки в повороте, мы должны вернуться к старой координатной системе, где угол поворота, т. е. азимут направления на эпицентр, можно представить следующим уравнением:

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$\operatorname{tg} A = \frac{y}{x}. \tag{16}$$

Среднеквадратическая погрешность угла поворота представляется следующей формулой:

$$\delta A = \pm \sqrt{\sum_i^3 \left(\frac{\partial A}{\partial m_i}\delta m_i\right)^2}. \tag{17}$$

Частные производные $\frac{\partial A}{\partial m_i}$ найдем, дифференцируя уравнение (16) по параметру m_i (при этом y надо считать функцией от x); тогда получим:

$$\frac{1}{\cos^2 A}\frac{\partial A}{\partial m_i} = \frac{1}{x}\frac{\partial y}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial m_i} - \frac{y}{x^2}\frac{\partial x}{\partial m_i} = \frac{1}{x}\left(\frac{\partial y}{\partial x} - \frac{y}{x}\right)\frac{\partial x}{\partial m_i},$$

$$\frac{\partial A}{\partial m_i} = \frac{\cos^2 A}{x}\left(\frac{\partial y}{\partial x} - \frac{y}{x}\right)\frac{\partial x}{\partial m_i}. \tag{18}$$

Частную производную $\frac{\partial y}{\partial x}$ найдем, дифференцируя по x уравнение (10):

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{x + \alpha_i c_i}{y + \beta_i c_i}.$$

Подставляя это значение $\frac{\partial y}{\partial x}$ в уравнение (18), получим после несложных преобразований:

$$\frac{\partial A}{\partial m_i} = -\frac{(x^2 + y^2 + \alpha_i c_i x + \beta_i c_i y)\cos^2 A}{x^2 (y + \beta_i c_i)}. \tag{18a}$$

Перейдем теперь к нашей новой координатной системе, при этом воспользуемся известными из курсов математики формулами, связывающими старые координаты x и y с новыми $\bar{x}$ и $\bar{y}$:

$$x = \bar{x}\cos A - \bar{y}\sin A,$$
$$y = \bar{x}\sin A + \bar{y}\cos A \tag{19}$$

Так как $\bar{y} = 0$, то уравнения (19) принимают вид:

$$x = \bar{x}\cos A, \tag{19a}$$
$$y = \bar{x}\sin A.$$

Подставляя эти значения x и y в уравнения (18а), получим:

$$\frac{\partial A}{\partial m_i} = -\frac{\bar{x}^2 + c_i\bar{x}(\alpha_i\cos A + \beta_i \sin A)}{\bar{x}^2(\bar{x}\sin A + \beta_i c_i)}\frac{\partial x}{\partial m_i},$$

$$\frac{\partial A}{\partial m_i} = -\frac{\bar{x} + c_i\cos(A - a_i)}{\bar{x}(\bar{x}\sin A + \beta_i c_i)}\frac{\partial x}{\partial m_i}. \tag{20}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Осталось еще найти выражение производной $\frac{\partial x}{\partial m_i}$ в новой координатной системе и подставить ее в уравнение (20). Для этого воспользуемся первым равенством из (19а); дифференцируя его по m_i, получим:

$$\frac{\partial x}{\partial m_i} = \frac{\partial \bar{x}}{\partial m_i} \cos A - \bar{x} \sin A \frac{\partial A}{\partial m_i}. \tag{21}$$

Подставляя это значение $\frac{\partial x}{\partial m_i}$ в уравнение (20), после алгебраических преобразований получим окончательно:

$$\frac{\partial A}{\partial m_i} = \frac{[\bar{x} + c_i \cos(A - a_i)] \cos A}{\bar{x} c_i [\sin A \cos(A - a_i) + \beta_i]} \frac{\partial \bar{x}}{\partial m_i}. \tag{22}$$

Значение азимута A можно получить после графического определения положения эпицентра.

Итак, погрешность азимута δA вычисляется при помощи (22), (7а) и (17), после чего по равенству (15) может быть вычислена погрешность $\delta \bar{y}$.

Нам остается еще найти выражение погрешности глубины очага. Глубина очага определяется полухордой, проведенной через эпицентр в любой окружности системы (1). Обозначая ее буквой h, можно написать:

$$h^2 = r_i^2 - s_i^2, \tag{23}$$

где r_i — радиус любой окружности из системы (1), а s_i — расстояние середины хорды (эпицентра) от центра окружности. Легко видеть, что

$$s_i^2 = c_i^2 + \bar{x}^2 - 2c_i\bar{x} \cos(180^\circ + a_i - A).$$

Подставляя это значение s_i^2 в уравнение (23), после алгебраических преобразований окончательно получим:

$$h^2 = B_i c_i - \bar{x}^2 - 2c_i\bar{x} \cos(A - a_i). \tag{24}$$

На основании уравнения (24) квадрат среднеквадратической погрешности глубины h можно представить следующим равенством:

$$(\delta h_i)^2 = \left(\frac{\partial h}{\partial c_i} \delta c_i\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial \bar{x}} \delta \bar{x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial A} \delta A\right)^2. \tag{25}$$

Частные производные, входящие в уравнение (25), вычисляются путем дифференцирования уравнения (24):

$$\frac{\partial h_i}{\partial c_i} = \frac{B_i - 2\bar{x} \cos(A - a_i)}{2h},$$

$$\frac{\partial h}{\partial \bar{x}} = -\frac{\bar{x} + c_i \cos(A - a_i)}{h},$$

$$\frac{\partial h}{\partial A} = \frac{c_i \bar{x} \sin(A - a_i)}{h}. \tag{26}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Значения δm_i, δc_i, $\delta\bar{x}$ и δA определяются из уравнений (7а), (14), (12) и (17).

В каждой задаче определения положения очага мы получаем число значений глубины очага, равное числу уравнений системы (1). За глубину очага принимается среднее арифметическое из всех полученных значений. Погрешность среднего арифметического выражается формулой:

$$\delta h = \pm \sqrt{\frac{p_1\delta h_1^2 + p_2\delta h_2^2 + \ldots p_n\delta h_n^2}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n}}$$

или

$$\delta h = \pm \sqrt{\frac{\Sigma p_i \delta h_i^2}{\Sigma p_i}}, \qquad (27)$$

где δh_i вычисляются по уравнению (25), а p_i — веса пар станций в вычислениях среднего арифметического.

Согласно теории ошибок, вес наблюдения тем больше, чем меньше его среднеквадратическая погрешность; как правило, величина веса принимается обратно пропорциональной квадрату среднеквадратической ошибки наблюдения. Исходя из этих соображений, можно написать:

$$p_1 = \frac{\lambda}{\delta h_1^2}, \quad p_2 = \frac{\lambda}{\delta h_2^2}, \ldots, \quad p_n = \frac{\lambda}{\delta h_n^2}. \qquad (28)$$

Число λ можно принять каким угодно для вычислений, лишь бы оно было одинаково для всех слагаемых. Наиболее удобно принимать λ равной квадрату наименьшей погрешности, тогда вес пары станций с наименьшей погрешностью будет равен единице, а все остальные веса вычислятся из соотношения:

$$p_i = \frac{(\delta h_k)^2}{(\delta h_i)^2}, \qquad (29)$$

где δh_k — наименьшая погрешность, δh_i — любая из прочих погрешностей.

В табл. 1 приводится пример вычисления погрешностей при помощи выведенных формул. В столбцах табл. 1 после обозначений соответствующих величин в скобках указаны номера формул, по которым вычислялись эти величины.

Среднеквадратические погрешности положения очага вычислены из наблюдений 6 землетрясений. Результаты вычислений даны в табл. 2.

Из табл. 2 видно, что величины $\delta\bar{x}$ рассеяны в пределах 4—9 км, а δh — в пределах 14—18 км. Это рассеяние обусловлено зависимостью погрешностей от положения очага и, главным образом, от азимута эпицентра, поскольку от него зависит параметр m_i. Попытаемся установить зависимость величины погрешности от азимута. Для этого возьмем какое-нибудь землетрясение с определенными значениями $\bar{x}$, t_0 и h. Если перемещать очаг по окружности радиуса $\bar{x}$ вокруг нулевой станции, оставляя при этом неизменной величину h, то t_0 также останется

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Таблица 1

Пример вычисления погрешностей

Землетрясение 16.X 1928 г., $\bar{x} = 31$ км, $h = 23$ км, $A = 100°$, $\cos A = 0{,}17$, $\sin A = 0{,}98$; $\tau^2 = 0{,}5$

Станции	i	B_i	a_i	$x_i = \cos a_i$	$\beta_i = \sin a_i$	t_i	t_i^2	m_i (6)	m_i^2	$1 + m_i^2$	$(\delta m_i)^2$ [7 a]	$1 - m^2$	$(1 - m^2)^2$
Ялта	0					3,8	14,4						
Симферополь	1	51	355°	1,00	— 0,09	8,0	64	0,48	0,22	1,22	$9{,}5 \cdot 10^{-3}$	0,78	0,60
Севастополь	2	52	284	0,25	— 0,97	9,4	88	0,40	0,16	1,16	$6{,}6 \cdot 10^{-3}$	0,84	0,70
Феодосия	3	113	59	0,51	— 0,86	12,0	144	0,32	0,10	1,10	$3{,}8 \cdot 10^{-3}$	0,94	0,81

i	c_i [9]	$\frac{dc_i}{dm_i}$ [14]	$2\bar{x}x_i$	$c_i x_i$	$B_i - 2\bar{x}x_i$	$2(\bar{x} + c_i x_i)$	$\frac{d\bar{x}}{dm_i}$ [13]	$\left(\frac{d\bar{x}}{dm_i}\right)^2$	$\left(\frac{d\bar{x}}{dm}\delta m_i\right)^2$	$(\delta\bar{x})^2$	δx [12]	$A - a_i$	$e_i = \cos(A - a_i)$
1	15	80	62	15	— 11	92	8,7	76	0,7			— 255°	— 0,26
2	10	60	15	3	37	68	32	1060	7,1	42,8	± 6,5	— 184	— 1,00
3	13	88	31	7	82	96	96	9200	35			41	0,76
									$\Sigma = 42{,}8$				

i	$c_i e_i$	$\bar{x} + c_i e_i$	$(\bar{x} + c_i e_i)\cos A$	$e_i \sin A$	$c_i \sin A + \beta_i$	$\bar{x}c_i$	$\bar{x}c_i(e_i \sin A + \beta_i)$	$f = \frac{(\bar{x} + c_i e_i)\cos A}{\bar{x}c_i(e_i \sin A + \beta_i)}$	f^2	$f^2\left(\frac{d\bar{x}}{dm_i}\delta m_i\right)^2 = (\delta A_i)^2$	δA [17,22]	$b_i = \sin(A - a_i)$
1	— 3,8	27	— 4,7	— 0,25	— 0,34	460	— 158	$3{,}0 \cdot 10^{-2}$	$9 \cdot 10^{-4}$	$6{,}3 \cdot 10^{-4}$		0,96
2	— 10	21	— 3,7	— 0,98	— 1,95	310	— 600	$0{,}6 \cdot 10^{-2}$	$0{,}36 \cdot 10^{-4}$	$2{,}5 \cdot 10^{-4}$	± 0,07	0,08
3	9,9	41	7,1	0,75	1,65	403	650	$1{,}1 \cdot 10^{-2}$	$1{,}2 \cdot 10^{-4}$	$\Sigma = \frac{42{,}0 \cdot 10^{-4}}{50{,}8 \cdot 10^{-4}}$		0,66

i	$2\bar{x}c_i$	$B_i - 2\bar{x}e_i$	$\bar{x} + c_i e_i$	$\frac{c_i \bar{x}\beta_i}{h}$	$\left(\frac{dc_i}{dm_i}\right)^2$	$(\delta c_i)^2$	$(\delta\bar{x})^2$	$(\delta A)^2$	$\left(\frac{dh}{dc_i}\delta c_i\right)^2$	$\left(\frac{dh_i}{d\bar{x}_i}\delta\bar{x}_i\right)^2$	$\left(\frac{dh}{dA}\delta A\right)^2$	$(\delta h_i)^2$ [25]	P_i
1	— 16	67	27	— 1,5	6400	60	42,8	$51 \cdot 10^{-4}$	124	50	0,0	174	1
2	— 61	113	21	— 13	3600	24			249	35	0,9	285	0,69
3	47	66	42	14	7700	29			64	160	1,0	225	0,87
												$(\delta h)^2 = 295$	
												$\delta h = \pm 14$ км	1,56

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Таблица 2

Среднеквадратические погрешности при определении положения очага землетрясения

Дата землетрясения	$\bar{x}$, км	h, км	A	$\pm \delta\bar{x}$	$\pm \delta h$	$\pm \delta A$	δy	k	δk
16.XI 1928	31	23	110°	6,5	14	0,07	2,1	8,5	0,4
13.X 1928	25	13	115°	6,4	18	0,24	6,0	8,0	0,5
17.III 1929	60	40	167°	6,6	16	0,11	6,5	8,1	0,4
25.IV 1929	40	19	157°	3,9	16	0,35	14	8,1	—
25.IV 1929	35	30	143°	5,4	15	0,34	13	8,4	—
27.XII 1928	25	20	80°	9,1	16	—	—	—	—

неизменным; при этом величины l_i будут как-то изменяться по мере изменения азимута. Изменение величины l_i можно вычислить при помощи известной формулы треугольника, образованного эпицентральным расстоянием и базисом данной пары станций:

$$\Delta_i^2 = \bar{x}^2 + B_i^2 - 2B_i\bar{x}\cos(A - a_i),$$

отсюда

$$\Delta_i^2 - \bar{x}^2 = B_i^2 - 2B_i\bar{x}\cos(A - a_i). \tag{30}$$

Учитывая равенство:

$$\Delta_i^2 - \bar{x}^2 = D_i^2 - D_0^2 = (t_i^2 - t_0^2)k^2, \tag{31}$$

где D_i и D_0 — гипоцентральные расстояния данной пары станций, k — фиктивная скорость, можно (30) представить в таком виде:

$$(t^2 - t_0^2)k^2 = B_i^2 - B_i\bar{x}\cos(A - a_i). \tag{32}$$

Решая относительно t_i, получим:

$$t_i = \frac{1}{k}\sqrt{t_0k^2 + B_i^2 - 2B_i\bar{x}\cos(A - a_i)} \tag{33}$$

Посредством равенства (33) можно вычислить значения t_i для любого азимута A, при одном и том же значении $\bar{x}$ и t_0, после чего при помощи уравнений (6), (7а), (12), (13), (14), (17), (22), (26) и (27) можно вычислить величины погрешностей для заданных значений азимута. Наиболее благоприятные условия для применения метода Вадати в Крыму приходится на центр эпицентральной зоны. На окраинах зоны обработку землетрясений необходимо контролировать другими методами, а по азимутам от 210° и выше этот метод безусловно неприменим.

Нам осталось еще рассмотреть погрешности вычисления фиктивной скорости k. Для этого воспользуемся равенством (32) Решив его относительно k, получим:

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$k = \sqrt{\frac{B_i^2 - 2B_i\bar{x}\cos(\Lambda - a_i)}{t_i^2 - t_j^2}}. \tag{34}$$

Это уравнение имеет то преимущество в вычислении величины k, что в нем исключено влияние большой погрешности глубины очага. Значения k, вычисленные по этой формуле, помещены в табл. 2. Среднеквадратическая погрешность k из уравнения (34) представляется следующим равенством:

$$\delta k = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial \bar{x}}\delta\bar{x}\right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial \Lambda}\delta\Lambda\right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial t_i}\right)^2 \tau^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial t_0}\right)^2 \tau^2}. \tag{35}$$

Частные производные, составляющие подкоренное выражение, получаются путем дифференцирования уравнения (34):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial k}{\partial \bar{x}} &= -\frac{B_i\cos(\Lambda - a_i)}{k(t_i^2 - t_0^2)},\\
\frac{\partial k}{\partial \Lambda} &= \frac{B_i\bar{x}\sin(\Lambda - a_i)}{k(t_i^2 - t_0^2)},\\
\frac{\partial k}{\partial t_i} &= -\frac{t_i}{t_i^2 - t_0^2},\\
\frac{\partial k}{\partial t_0} &= \frac{t_0}{t_i^2 - t_0^2}.
\end{aligned} \tag{36}$$

Среднеквадратические погрешности δk, вычисленные по формуле (35), помещены в табл. 2.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Я. Левицкая. Тр. сейсмол. ин-та АН СССР, № 127, 1948.
2. А. Я. Левицкая. Тр. сейсмол. ин-та АН СССР, № 60, 1935.
3. А. Н. Крылов. Лекции о приближенных вычислениях. Гостехиздат, 1954.
4. П. И. Шилов. Способ наименьших квадратов. Изд-во геодезии и картографии, 1941.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ТРУДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА, № 36 (163)

Ф. И. МОНАХОВ

УГЛЫ ВЫХОДА ПРОДОЛЬНЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН В РАЙОНЕ ЮЖНО-САХАЛИНСКА

В статье содержатся результаты экспериментальных наблюдений углов выхода продольных сейсмических волн в районе Южно-Сахалинска по данным Южно-Сахалинской сейсмической станции.

* * *

Как известно, в некоторых случаях по углам выхода сейсмических волн на поверхность Земли можно судить о наклоне преломляющих границ внутри Земли.

Занимаясь изучением строения земной коры Дальнего Востока, мы попытались проанализировать углы выхода в районе Южно-Сахалинска по наблюдениям Южно-Сахалинской сейсмической станции. Эта станция оборудована сейсмографами Д. П. Кириоса, достоинство которых состоит в том, что некоторая расстройка их параметров не вносит существенного изменения в частотную характеристику.

Истинные углы выхода продольных волн можно вычислять либо по наблюдаемым кажущимся углам выхода, пользуясь формулой:

$$\cos e = \frac{v_P}{v_S} \cos \frac{90° + \bar{e}}{2}, \qquad (1)$$

либо по формуле Беницдорфа:

$$\cos e = \frac{v_p}{\bar{v}_p}, \qquad (2)$$

если известна кажущаяся скорость $\bar{v}_P$.

В случае нормального строения земной коры (горизонтальное простирание преломляющих границ) кажущаяся скорость $\bar{v}_P$ для заданного эпицентрального расстояния может быть вычислена из годографа Джеффриса.

Из сопоставления углов выхода, вычисленных по формулам (1) и (2), можно сделать заключение о степени соответствия между нормальным строением земной коры и строением земной коры в данном регионе.

В табл. 1 содержатся данные об углах выхода для 79 землетрясений по наблюдениям Южно-Сахалинской сейсмической станции. $e_ф$ соответст-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Таблица 1

Углы выхода по наблюдениям станции Южно-Сахалинск

Дата	Час	Δ, км	Азимут вычисленный,°	Азимут из сейсмограммы,°	$e^\circ_ф$	$e^\circ_т$	$\delta e^\circ = e^\circ_т - e^\circ_ф$
1	2	3	4	5	6	7	8
1.III 1955	04	5165	—	27	40	66	+26
3.X 1954	11	4420	—	29	46	66	+20
30.IV 1953	18	1490	46	46	46	52	+ 6
18.XI 1951	04	2100	—	49	28	51	+23
15.XI 1951	15	1770	—	49	28	48	+20
18.III 1955	00	1400	54	50	37	45	+ 8
9 XI 1953	17	1400	56	52	30	46	+16
13.V 1953	04	2145	—	52	33	51	+17
24 XI 1951	01	2070	—	53	24	51	+27
15.XI 1954	19	1750	—	54	35	48	+13
15 XI 1951	22	1890	—	54	33	49	+16
22.VII 1953	05	1140	56	54	31	46	+15
5.X 1953	09	1550	54	54	23	45	+22
23.IX 1953	02	1060	55	55	30	45	+15
25.XII 1953	01	1350	58	56	36	48	+12
8.VI 1953	11	1250	58	57	37	46	+ 9
29.IV 1953	21	1095	60	58	20	45	+25
24.XII 1953	02	1385	60	58	36	45	+ 9
17 X 1953	21	1320	59	58	36	45	+ 9
1.VII 1953	03	1150	62	58	35	45	+10
9.VI 1953	01	1380	56	59	30	45	+15
5 IX 1953	18	1185	62	59	23	45	+22
23.VI 1953	13	1210	58	59	26	45	+19
26.IX 1953	01	1145	60	60	35	46	+11
9.III 1954	05	1145	64	60	38	46	+ 8
23.IX 1953	02	1050	—	61	27	46	+19
2.VII 1953	18	1365	63	62	32	45	+13
4 IX 1953	07	1110	64	64	30	46	+16
24.XII 1953	23	1365	67	64	26	45	+19
5.III 1953	21	1150	—	64	37	45	+ 8
5.VII 1954	13	1110	67	64	35	46	+11
6.III 1953	00	1090	70	67	20	45	+25
23.IX 1954	21	1075	73	71	32	45	+13
28.III 1954	20	2520	—	75	31	53	+22
17.IV 1954	20	2850	—	75	30	55	+25
6.V 1954	09	1025	69	75	20	47	+27
5.II 1955	20	845	—	83	28	45	+17
6 VII 1954	08	880	88	89	37	45	+ 8
16.I 1951	01	1000	—	90	45	45	0
7.XI 1951	12	950	—	90	31	45	+14
25.XII 1951	16	980	—	90	31	45	+14
21.VI 1952	06	860	—	90	34	45	+11
22.VI 1952	10	860	—	90	38	45	+ 7
24.VI 1952	16	860	—	90	38	45	+ 7

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Продолжение табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8
24.VI 1952	08	860	—	90	38	45	+ 7
24.VI 1953	21	600	90	90	35	45	+10
12.VII 1954	17	800	92	90	34	47	+13
31.VI 1955	16	830	—	90	37	45	+ 8
17.II 1954	11	725	96	91	28	49	+21
23.V 1954	04	590	100	95	34	50	+16
3.II 1954	18	—	113	112	37	45	+ 8
29.VII 1953	23	8260	145	144	61	72	+11
18.IV 1954	13	8610	—	150	67	74	+ 7
26.VII 1953	07	7690	151	151	65	72	+ 7
27.II 1955	20	6025	—	157	71	71	0
17.V 1952	09	880	—	165	38	45	+ 7
2.VII 1953	07	7530	—	167	70	70	0
4.IV 1954	23	565	—	169	49	48	— 1
12.IX 1954	07	670	172	171	46	47	— 1
2.VII 1953	07	7510	—	167	70	71	+ 1
1.II 1955	19	570	—	171	44	44	+ 3
29.IV 1953	20	480	170	173	48	45	— 3
27.VIII 1953	21	470	180	177	46	44	— 2
11.V 1953	10	8190	—	184	67	69	+ 2
21.XII 1953	17	680	181	180	44	45	+ 1
26.XI 1953	08	1600	200	198	45	48	+ 3
6.IV 1953	00	6030	—	204	67	70	+ 3
25.IX 1953	13	2175	—	204	56	57	+ 1
1.XII 1953	05	2220	—	208	58	58	0
20.I 1953	17	5250	—	211	60	66	+ 6
20.II 1954	18	5700	—	211	62	62	0
6.VI 1952	16	5710	—	211	61	62	+ 1
9.VII 1954	18	720	212	214	48	56	+ 8
3.VII 1954	22	6950	—	216	64	70	+ 6
21.VII 1953	17	2630	—	221	57	61	+ 4
24.V 1952	16	7100	—	250	67	72	— 5
8.X 1952	04	2040	—	260	57	51	— 6
26.V 1952	02	4550	—	290	68	66	— 2
10.IX 1953	04	8635	—	322	64	71	+ 7

вуют углам выхода, вычисленным по формуле (1), а $e_т$ — углы выхода, вычисленные по формуле (2).

Данные табл. 1 показывают, что для некоторых направлений распространения волн наблюдается значительное расхождение между $e_ф$ и $e_т$. Прежде чем приступать к интерпретации этого факта, произведем оценку максимальной величины погрешности при определениях углов $e_т$ и $e_ф$.

В формуле Бешдорфа v_P является величиной постоянной, численное значение которой мы принимаем равным 5,6 км/сек. $\overline{v_P}$ зависит от эпицентрального расстояния и вычисляется из годографа. Будем считать, что при определении $\overline{v_P}$ допустимая ошибка составляет 0,05 $\overline{v_P}$. Пользу-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

ясь известной формулой для вычисления предельных абсолютных ошибок, будем иметь:

$$\cos e_т = \frac{v_P}{\overline{v}_P}(1 \pm 0{,}05). \tag{3}$$

В табл. 2 приведены значения углов выхода $e_т$, вычисленные по формуле (3) для разных значений кажущейся скорости.

Таблица 2

Углы выхода для различных значений кажущейся скорости

$\overline{v}_P$, км/сек	$e_т^\circ$
8	$45 \pm 2{,}5$
9	$51{,}5 \pm 2{,}3$
10	56 ± 2
14	$66{,}5 \pm 1{,}3$
18	72 ± 1

Данные табл. 2 показывают, что максимальные ошибки углов $e_т$ не превышают 2°,5.

В формуле (1) переменной величиной, при определении которой возможны ошибки, является $\bar{e}$. Для вычисления $\bar{e}$ служит формула

$$\operatorname{tg}\bar{e} = \frac{\frac{y_z}{A_z}}{\sqrt{\left(\frac{y_e}{A_e}\right)^2 + \left(\frac{y_n}{A_n}\right)^2}}. \tag{4}$$

В этой формуле ошибки могут содержать все величины, входящие в правую часть равенства. Расчет показывает, что ошибками увеличений приборов ($\delta A_z, \delta A_e, \delta A_n$) можно пренебречь.

Для простоты расчета положим $A_z = A_n = A_e$. В этом случае формула (4) будет иметь вид

$$\operatorname{tg}\bar{e} = \frac{y_z}{\sqrt{y_e^2 + y_n^2}}. \tag{4а}$$

Предельная абсолютная ошибка $\operatorname{tg}\bar{e}$ будет иметь следующее выражение:

$$\delta(\operatorname{tg}\bar{e}) = \frac{y_n^2 + y_e^2 + y_n y_z + y_e y_z}{(y_e^2 + y_n^2)\sqrt{y_e^2 + y_n^2}}. \tag{5}$$

Последнее выражение получено в предположении, что ошибки определения смещений по всем компонентам равны между собой.

В табл. 3 приведены значения $\bar{e}$ для трех различных соотношений между y_z, y_e, y_n, вычисленные с учетом ошибок, в предположении, что $\delta y = 0{,}5$ мм.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Таблица 3

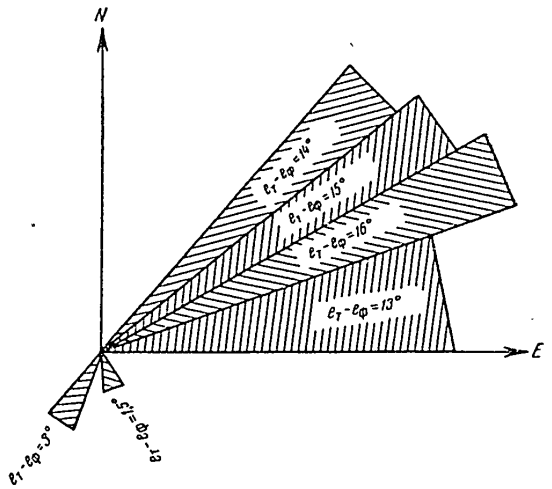
Возможные ошибки в определении угла выхода

v, мм	$v_e = v_n = v_z$	$v_e = v_n = 0{,}5\ v_z$	$v_n = 0;\ v_z = 1{,}5 v_e$
2	35° ± 15°	55° ± 10°	56° ± 12°
4	35° ± 7°	55° ± 5°	56° ± 6°
6	35° ± 4°	55° ± 3°	56° ± 4°
8	35° ± 3°	55° ± 3°	56° ± 3°
10	35° ± 3°	55° ± 2°	55° ± 3°

Из табл. 3 следует, что при не очень малых величинах смещения предельная ошибка кажущихся углов выхода составляет около 3°. Эта оценка будет относиться и к истинным углам выхода.

Итак, максимальное расхождение между теоретическими и измеренными углами выхода продольных волн, объясняемое ошибками измерения, будет составлять около 5°.

Данные табл. 1 показывают, что в пределах азимутальных направлений 30°—90° разность $e_т - e_ф$ выходит за пределы ошибок измерения и имеет положительный знак; в то же время углы выхода волн с южного направления соответствуют, в пределах ошибок измерения, теоретическим значениям. Немногочисленные данные указывают даже на отрицательное значение разности $e_т - e_ф$ для волн, распространяющихся с запада. Следовательно, наблюдается зависимость углов выхода продольных волн от азимута на эпицентр. Указанная зависимость графически изображена на фиг. 1, где нанесены средние значения $e_т - e_ф$ из числа наблюдений в пределах каждого сектора.



Фиг. 1. Разность между теоретически ожидаемыми и измеренными углами выхода продольных волн в зависимости от азимута.

Чтобы выяснить вопрос о том, распространяется ли рассмотренное явление на весь о-в Сахалин, мы измерили углы выхода для нескольких землетрясений в г. Углегорске, расположенном в 240 км севернее Южно-Сахалинска. Использованный материал относился к периоду, когда постоянные приборов были наиболее надежны. Результаты измерения приведены в

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Таблица 4

Значения углов выхода в зависимости от азимута по данным станции Углегорск

Дата	Час	Δ, км	Азимут на эпицентр,°	e°_Φ	e°_T	$\delta e^\circ = e^\circ_T - e^\circ_\Phi$
6.VII 1953	12	1335	55	49	46	−3
4.V 1953	11	75,8	62	49	46	−3
24.XII 1953	02	1335	66	45	46	+1
25.XII 1953	01	1290	69	42	45	+3
9.XI 1953	17	1330	69	43	45	+2
28.III 1954	20	2465	73	49	52	+3
1.VII 1953	02	1115	76	52	47	−5
15.VI 1953	17	39	77	56	57	+1
11.X 1953	13	1560	81	53	48	−5
13.XII 1953	07	1170	82	41	45	+4
24.VI 1953	21	710	82	54	47	−7
8.VI 1953	11	1330	85	46	46	+0
23.VI 1953	13	1170	88	46	45	−1
25.V 1953	17	1260	90	48	46	−2
23.IX 1953	21	1085	90	45	45	+0
17.IV 1954	20	2355	90	53	55	+2
17.II 1954	11	810	112	48	45	−3
22.V 1954	04	725	113	45	45	+0
2.VII 1953	07	69,6	131	62	71	+9
30.IV 1953	06	8260	144	66	72	+6
11.V 1953	10	75,8	147	66	72	+6
4.IV 1954	23	800	175	49	48	−1
14 X 1953	14	600	176	46	45	−1
19.I 1953	04	865	176	42	45	+3
6.IV 1953	00	5960	180	67	67	+0
27.VII 1954	11	2920	180	61	60	−1
20.I 1953	17	5440	191	69	67	−2
1.XII 1953	05	21 6	197	54	57	+3
3.VII 1954	22	7070	200	73	71	−2
6.VI 1954	16	5960	203	72	68	−4
20 II 1954	18	52.8	204	66	68	+2

табл. 4. Полученные разности находятся в пределах ошибок измерения. Следовательно, азимутальная зависимость углов выхода в районе Южно-Сахалинска является региональной особенностью.

В табл. 1 вычисленные азимуты на эпицентры сопоставлены с азимутами, определенными непосредственно из сейсмограмм Южно-Сахалинской станции. В табл. 5 приведены максимальные ошибки определения азимутов при тех же предположениях, которые были приняты при оценке ошибок вычисления углов выхода.

Данные табл. 1 и 5 указывают на отсутствие в районе Южно-Сахалинска заметной азимутальной аномалии сейсмических волн в первом и четвертом румбах.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Таблица 5

Ошибки определения азимутов

v_e, мм	$v_п$, мм	$\alpha° \pm \delta\alpha°$	v_e, мм	$v_п$, мм	$\alpha° \pm \delta\alpha°$
2	2	45 ± 14	4	10	22 ± 3
2	4	27 ± 9	6	6	45 ± 5
2	6	19 ± 5	6	8	37 ± 4
2	8	14 ± 4	6	10	31 ± 3
2	10	11 ± 4	8	8	45 ± 3
4	4	45 ± 7	8	10	39 ± 3
4	6	34 ± 5	10	10	45 ± 3
4	8	27 ± 4			

Недостаточность данных о строении земной коры в районе Южно-Сахалинска затрудняет однозначное геологическое объяснение наблюдаемой аномалии углов выхода. Можно, однако, предложить некоторую схему строения земной коры, которая объясняла бы наблюдаемый эффект. Но для того, чтобы эта схема была единственной, необходимы дополнительные данные.

На базе Южно-Сахалинской сейсмической станции проводилась запись землетрясений однотипными и одинаково ориентированными сейсмографами, установленными на расстояниях 2—3 км один от другого.

Таблица 6

Кажущиеся скорости поверхностных волн

Дата	Азимут, °	$\delta\Delta$, м	$\overline{\delta t}$, сек	$\overline{v_п}$, км/сек
4.IV 1952	53	1100	0,2	5,2
21.IX 1952	40	1100	0,0	∞
6.XI 1952	65	600	0,0	∞
20.VIII 1952	70	700	0,0	∞
21.VI 1952	90	1400	—0,2	*in*
22.VI 1952	90	1400	0,0	∞
23.I 1952	90	1150	—0,2	*in*
25 VI 1952	90	1400	—0,5	*in*
2.X 1952	170	900	0,2	4,5
31.VIII 1952	180	1000	0,4	2,5
28.X 1952	180	1000	0,3	3,3
31.XI 1952	180	1300	0,3	4,3
28.X 1952	180	2000	0,6	3,3
27.X 1952	195	1100	0,4	2,7
21.IX 1952	200	1000	0,4	2,5
15.X 1952	210	1100	0,4	2,7
19.X 1952	225	1000	0,5	2,0
5.X 1952	270	900	0,6	1,5
17.VIII 1952	270	500	0,3	1,7

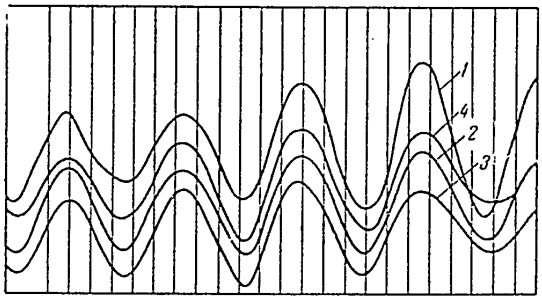
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Запись велась на одном барабане. Анализ полученных наблюдений дает некоторые данные, указывающие на аномальное строение земной коры в районе регистрирующей станции.

Установлена зависимость кажущейся скорости волн P от направления распространения, причем эта зависимость оказалась в соответствии с рассмотренной выше азимутальной зависимостью углов выхода.

В табл. 6 приведены значения кажущейся скорости поверхностных волн землетрясений, которые определялись по фазовым сдвигам в двух пунктах. В графе $\delta\Delta$ указаны разности эпицентральных расстояний от пунктов наблюдения, а в графе $\overline{\delta t}$ — средние значения фазовых сдвигов, измеренные для всего спектра поверхностных волн.



Фиг. 2. Одновременная запись микросейсм в четырех пунктах.

1—1 — пункты установки сейсмографов.

Данные табл. 6 указывают на резкую зависимость фазовой скорости поверхностных волн от направления распространения волнового фронта. Фазовая скорость волн, распространяющихся с востока и северо-востока, имеет бесконечно большое значение, а в некоторых случаях наблюдается даже инверсия (in). При распространении волн с запада фазовая скорость имеет значение менее нормального. И только для волн с юга фазовые скорости соответствуют нормальным значениям.

Такая же картина наблюдается и по отношению к микросейсмам. На фиг. 2 показана одновременная запись микросейсм из четырех пунктов, расположенных в соответствии со схемой фиг. 3. Вертикальные линии на фиг. 2 представляют собой секундные марки. Записанные микросейсмы являются штормовыми, источник которых находился в восточном направлении от станции. Фиг. 2 показывает, что фазовый сдвиг микросейсм для всех четырех пунктов практически равен нулю. Это значит, что фазовая скорость близка к бесконечности.

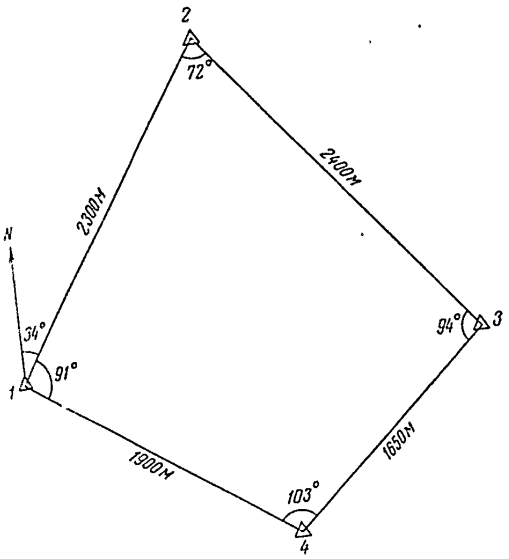
Таким образом, в районе Южно-Сахалинска наблюдается согласованная зависимость углов выхода продольных волн и фазовых скоростей поверхностных волн от азимута на эпицентр. Это явление, повидимому, связано с неоднородным строением глубинных частей земной коры.

Геологическое строение южной части о-ва Сахалина схематически изображено на фиг. 4. Сейсмическая станция расположена в Сусунайской долине, покрытой четвертичными отложениями. Западнее и восточнее долины тянутся в меридиональном направлении горные хребты, причем западная складчатость является более молодой по сравнению с восточной.

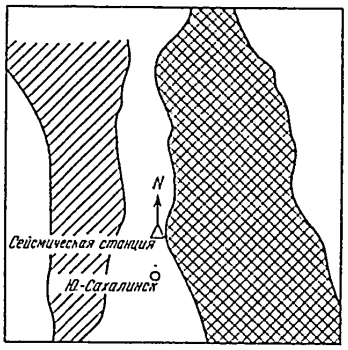
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Мощность четвертичных отложений резко увеличивается от краев к центру. Подтверждением этого служит одновременная запись микросейсм, произведенная в пункте «станция» и западнее последней на расстоянии 2 км (фиг. 5). Период микросейсм — около 3 сек. Малые амплитуды

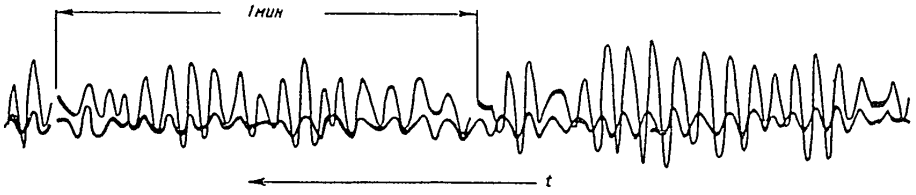


Фиг. 3. Схема расположения сейсмографов.
1—4 — пункты установки сейсмографов.



Фиг. 4. Схема геологического строения южной части о-ва Сахалина.

соответствуют пункту «станция». Значительное усиление амплитуд микросейсм к западу от станции указывает на увеличение мощности осадочных пород в том же направлении.



Фиг. 5. Одновременная запись микросейсм в двух пунктах.

Контрастность геологического строения, наблюдаемая на поверхности, возможно, находится в связи с контрастностью глубоких частей земной коры.

Азимутальную зависимость углов выхода можно было бы объяснить наклоном внутренней преломляющей границы. Для этого достаточно предположить погружение преломляющей поверхности, приблизительно

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

с востока на запад. Но эта схема недостаточна для объяснения поведения фазовых скоростей поверхностных волн.

Учитывая, что механизм формирования и распространения поверхностных волн в сложнослоистой среде в настоящее время недостаточно ясен, мы воздерживаемся предлагать какую-либо схему строения земной коры, которая бы единственным образом удовлетворяла наблюдениям.

Экспериментальные данные, изложенные в настоящей статье, могут быть полезными при дальнейших исследованиях.

В выполнении настоящей работы принимала участие В. Н. Бичевина, которой я выражаю свою благодарность.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ТРУДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА, № 36 (163)

И. А. ВВЕДЕНСКАЯ

ВЫДЕЛЕНИЕ ВОЛНЫ *sP* НА ЗАПИСЯХ ГЛУБОКИХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ СРЕДНЕЙ АЗИИ

Обсуждается вопрос о выделении отраженно-дифрагированной волны *sP* на записях глубоких землетрясений при малых эпицентральных расстояниях. Показана возможность и целесообразность использования волны *sP* для определения глубины очага.

* * *

Выделение сейсмических волн на записи и изучение их особенностей является одной из наиболее важных и сложных задач сейсмологии.

Постановка такой задачи в настоящее время особенно актуальна, поскольку расширение сети сейсмических станций и оборудование преобладающего числа станций широкополосной идентичной аппаратурой Д. П. Кирноса позволяет с бóльшей уверенностью интерпретировать волны, используя одновременно их кинематические и динамические признаки.

Содержанием настоящей работы является выделение на записях глубоких землетрясений Памира и Афганистана отраженно-дифрагированной волны *sP* и использование ее для определения глубины очага землетрясения*.

Исследованием записей глубоких памирских и афганских землетрясений сейсмическими станциями Средней Азии занимались Е. А. Розова и Ф. И. Монахов. Е. А. Розовой [1] были построены годографы волн *P* и *S* для глубин очага от 80 до 300 км (через каждые 20 км). Ф. И. Монаховым [2] был произведен расчет годографов прямых и вторичных волн от близких глубокофокусных землетрясений при заданном строении земной коры и дана оценка величины смещения на поверхности Земли, вызываемого вторичными волнами, по отношению к смещению от падающих прямых волн.

ОСОБЕННОСТИ ЗАПИСИ И ГОДОГРАФ ВОЛНЫ *sP*

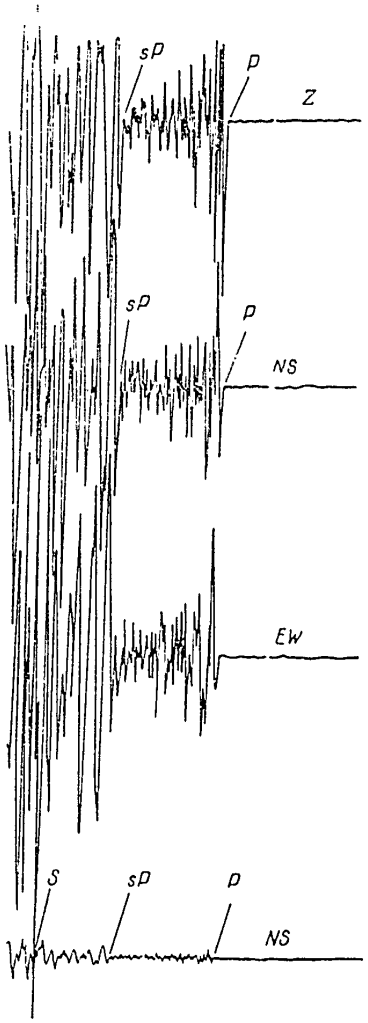
Выделение на сейсмограмме новых волн и их интерпретация могут быть проведены двумя способами. В первом случае по известному строению среды и заданным скоростям распространения сейсмических волн рассчитывают годограф какой-либо определенной волны и по найденному времени

* Глубокими принято называть землетрясения, очаги которых расположены под земной корой.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

прихода волны в данную точку пытаются обнаружить эту волну на сейсмограмме. Такой способ отождествления волн обычно используется при проведении исследований по наблюдениям отдельных сейсмических станций или при очень больших расстояниях между станциями. Во втором случае сейсмическую волну, отмеченную на записях ряда сейсмических станций, идентифицируют по динамическим и кинематическим признакам, строят ее годограф и затем по совокупности всех данных определяют природу волны. Такой способ интерпретации волн стал возможным только после расширения сети сейсмических станций и оборудования всех станций широкополосной идентичной аппаратурой. Этот путь исследования и был использован нами при выделении отражено-дифрагированной волны sP на записях глубоких землетрясений Средней Азии.



Фиг. 1. Запись глубокого афганского землетрясения 9.VII 1950 г., в 16 ч, сейсмической станцией Алма-Ата.

При изучении записей глубоких афганских землетрясений сейсмическими станциями Средней Азии было замечено, что на записях станций Алма-Ата, Фрунзе, Рыбачье и других вступлению интенсивной поперечной волны S часто предшествует достаточно интенсивное вступление волны, природа которой не была известна. При сильных землетрясениях вступление этой волны можно ошибочно принять за вступление волны S (фиг. 1). Чтобы избежать в дальнейшем подобных ошибок, необходимо было определить природу этой волны и изучить характерные особенности ее записи. С этой целью было проведено исследование сейсмических записей землетрясения 12. VI 1951 г. в 22 часа, которое произошло в Афганистане и ощущалось на значительной территории Средней Азии (Хорог — 4 балла при расстоянии от эпицентра $\Delta = 110$ км, Сталинабад — 3 балла, $\Delta = 265$ км, Андижан — 3 балла, $\Delta = 460$ км, Ташкент — 2 балла, $\Delta = 520$ км). Землетрясение было записано двадцатью сейсмическими станциями Средней Азии. Времена вступления волн P и S сведены в табл. 1.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Таблица 1

Моменты вступления сейсмических волн землетрясения 12.VI 1951 г., 22 ч.

Станция	Расстояние от эпицентра, км	Моменты вступления волн		
		P	S	$_{s}P$
Хорог	110	41 м. 16 сек.	—	—
Оби-Гарм	235	41 25,5	41 58,5	—
Сталинабад	265	41 28,5	42 00,5	—
Джергеталь	275	41 29,5	—	—
Фергана	410	41 44	42 29,5	—
Андижан	462	41 48,5	42 39	—
Ташкент	520	41 55	42 50	42 45
Нарын	682	42 12	—	43 07
Фрунзе	753	42 21	43 36	43 13
Рыбачье	775	42 24	—	43 18
Мары	785	42 25	—	43 19
Красногорка	810	42 28	—	—
Алма-Ата	890	42 38	44 06	43 32
Пржевальск	905	42 37	—	43 32
Алма-Ата-2	910	42 39	—	—
Курменты	942	42 42	—	—
Или	955	42 43,5	—	—
Чилик	990	42 46	—	—
Ашхабад	1100	43 01,5	44 43,5	43 55
Кизил-Арват	1290	43 24	—	44 18

Вступления волны P на записях всех станций Средней Азии были достаточно четкими. Моменты вступления волны S на записях станций, близких к эпицентру (Хорог, Оби-Гарм, Джергеталь, Сталинабад), определялись неуверенно из-за большой интенсивности записи. На удаленных станциях (Алма-Ата, Фрунзе и др.) запись была сложной и определение момента вступления волны S также было затруднено. В связи с этим координаты очага землетрясения 12.VI 1951 г. определялись по моментам вступления волны P: положение эпицентра — методом изохрон, а глубина очага — при помощи палетки теоретических годографов [3, 4]. Были получены координаты эпицентра $\varphi = 36°,7$ N, $\lambda = 70°,7$ E и глубина очага $H = 240$ км.

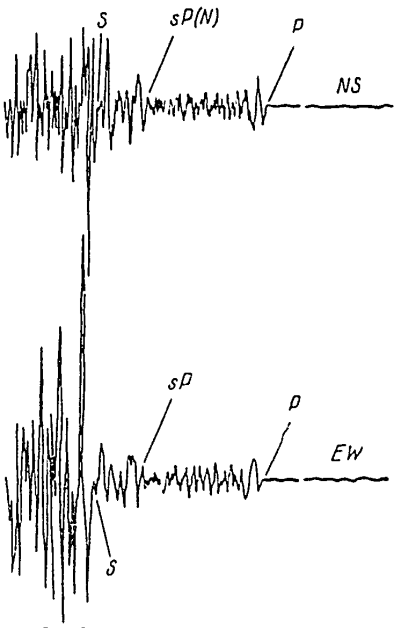
Анализ сейсмических записей землетрясения 12.VI 1951 г. (фиг. 2, 3) показал, что на записях большинства станций Средней Азии вступлению волны S предшествует интенсивное вступление некоторой волны N. Отождествление волны N на записях различных сейсмических станций производилось по следующим признакам.

1. Волна N всегда имеет интенсивное вступление на записи вертикального сейсмографа, причем в том случае, когда сейсмическая станция расположена в направлении на север от эпицентра, волна N имеет бо́льшую интенсивность на записи, соответствующей горизонтальной со-

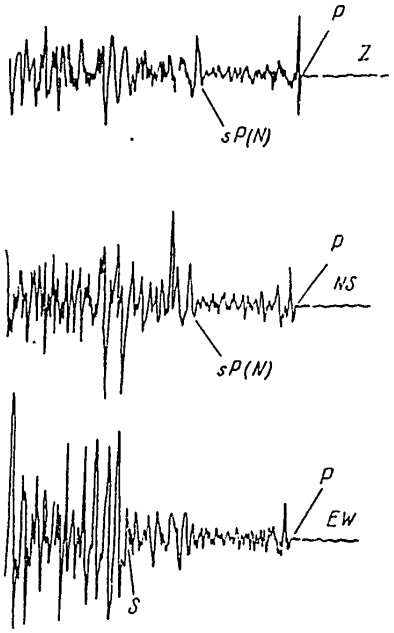
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

ставляющей NS; если станция расположена в западном или восточном направлении от эпицентра, то более интенсивная запись волны N наблю-



Фиг. 2. Запись землетрясения 12.VI 1951 г., в 22 ч., сейсмической станцией Фрунзе.



Фиг. 3. Запись землетрясения 12.VI 1951 г., в 22 ч., сейсмической станцией Алма-Ата.

дается на горизонтальной составляющей EW. На этом основании можно сделать предположение о том, что волна N подходит к поверхности Земли и регистрируется сейсмографами как продольная.

2. Вступление волны N характеризуется некоторым увеличением периода по сравнению с предшествующими ей колебаниями. После вступления волны N преобладающий период записи остается увеличенным. Увеличение периода при вступлении волны N дает возможность опреде-

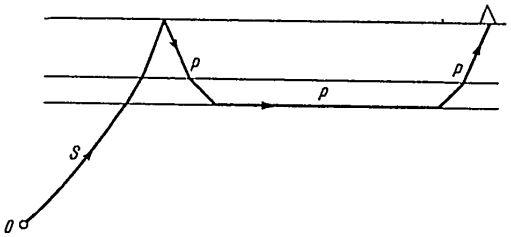
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

лить на записи момент ее вступления даже в том случае, когда интенсивность этой волны мала.

3. Разность времен прихода волны N и «прямой» волны P мало зависит от эпицентрального расстояния, в то же время разность моментов вступления волн N и S заметно возрастает при увеличении расстояния от эпицентра.

4. Годограф волны N для эпицентральных расстояний от 500 до 1300 км представляет собой прямую, причем кажущаяся скорость $v = 7{,}9$ км/сек, т. е. такая же, как и скорость волны P (диффрагированной у подошвы зем-



Фиг. 4. Схема распространения волны *sP*.

ной коры), которая определена для Средней Азии по наблюдениям над большими взрывами и мелкими землетрясениями.

На основании анализа всех отмеченных особенностей волны N было сделано предположение о том, что эта волна выходит из очага землетрясения как поперечная, отражается от земной поверхности как продольная, падает на границу базальт — ультрабазальт под предельным углом и далее как продольная диффрагированная волна распространяется вдоль этой границы (фиг. 4). По аналогии с принятыми в сейсмологии обозначениями эта волна будет иметь индекс *sP*.

Для принятого для Средней Азии строения земной коры и скоростей в ультрабазальте при помощи построения полей времен [3, 4] были рассчитаны теоретические годографы волн P, S и *sP* для глубины очага $H = 240$ км. На фиг. 5 сплошные линии соответствуют рассчитанным годографам, а точки — наблюденным данным для волн P, S и N. Как видно из фиг. 5, годограф волны N практически точно совпадает с рассчитанным годографом волны *sP*, что подтверждает предположение о том, что отмеченная нами на записях глубокого афганского землетрясения волна N является обменной отражено-преломленной волной *sP*.

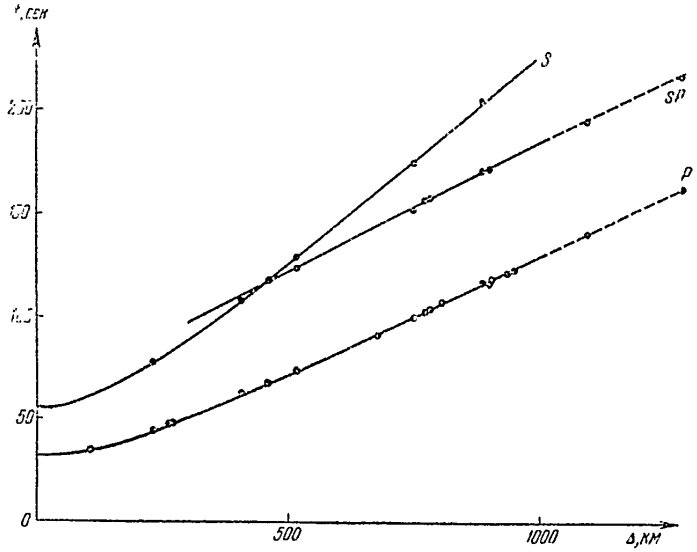
Ф. И. Монахов в своей работе [2] обозначает эту волну индексом $S(P_1P_2P_3P_2P_1)$.

Возникновение волны *sP* весьма вероятно и с динамической точки зрения. Чтобы отраженная от земной поверхности волна *sP* подошла к границе базальт — ультрабазальт под предельным углом ($i = 52°$), для принятого нами для Средней Азии строения земной коры угол падения волны S на поверхность Земли должен быть равен 24°. При данном угле

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

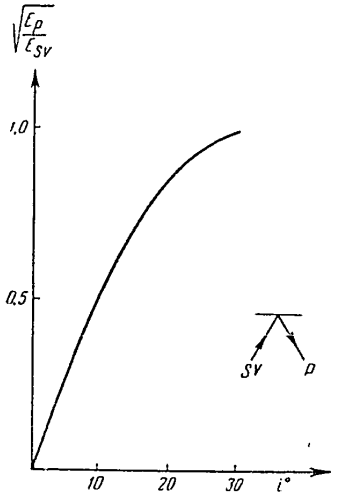
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

падения, согласно Гутенбергу [5], отношение амплитуды продольной



Фиг. 5. Годограф волн. *P*, *S* и *sP* землетрясения 12.VI 1951 г., в 22 ч

отраженной волны к амплитуде падающей поперечной волны $\sqrt{\frac{E_P}{E_{SV}}}$ равно приблизительно 0,9 (фиг. 6). Следовательно, основная часть энергии падающей поперечной волны *SV* будет в этом случае отражаться в виде энергии продольной волны. Что касается возможности возникновения волн дифрагированных, то этот вопрос не вызывает сомнений, так как волны этого типа постоянно регистрируются и в сейсмологии, и в сейсморазведке.



Фиг. 6 Зависимость отношения энергии отраженной волны *P* к энергии падающей волны *SV* от угла падения *i*. Рисунок заимствован из работы [5]

ОБЛАСТЬ ПРОСЛЕЖИВАНИЯ ВОЛНЫ *sP*

Для определенного строения земной коры и закона изменения скорости распространения сейсмических волн с глубиной в ультрабазальте положение начальной точки волны *sP* будет зависеть от глубины очага

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

землетрясения. Чем глубже очаг землетрясения, тем дальше от эпицентра будет располагаться начальная точка волны sP.

Сопоставление теоретических годографов волн S и sP, рассчитанных для разных глубин очага, показывает, что вблизи начальной точки волны sP годограф волны S располагается ниже, чем годограф волны sP; следовательно, в этой области на записи сначала будет отмечаться волна S, и затем уже на ее фоне будет вступать волна sP. В этом случае отметить на записи вступление волны sP, вследствие ее значительно меньшей интенсивности по сравнению с волной S, будет трудно. При увеличении эпицентрального расстояния благодаря тому, что кажущаяся скорость волны sP больше, чем кажущаяся скорость волны S, годограф волны sP пересекает годограф волны S и при дальнейшем увеличении расстояния волна sP приходит раньше волны S и потому легко выделяется на записи. Расстояние от эпицентра до точки пересечения годографов sP и S будет увеличиваться при увеличении глубины очага, при этом область прослеживания волны sP будет удаляться от эпицентра. Расстояния от эпицентра до начальной точки волны sP и до точки пересечения годографов волн S и sP для разных глубин очага указаны в табл. 2.

При глубоких афганских и памирских землетрясениях волна sP отмечается почти всегда на записях станций Алма-Ата, Фрунзе, Рыбачье, Нарын и на других сравнительно удаленных станциях. На записях станций, расположенных на меньших расстояниях от эпицентра (Андижан, Фергана, Сталинабад, Мургаб и др.), волна sP отмечается в основном при глубинах очага 100—150 км. При глубине очага 200—220 км, характерной для большинства глубоких афганских землетрясений, волна sP может быть уверенно выделена на записях только при эпицентральных расстояниях свыше 450—500 км (см. табл. 2).

Интенсивность волны sP по отношению к интенсивности волн P и S изменяется от землетрясения к землетрясению. В отдельных,— правда, очень редких — случаях при глубоких афганских землетрясениях волна sP не отмечается на записях сейсмических станций Средней Азии, например, при землетрясении 16.I 1951 г. [4].

Интенсивность волны sP, повидимому, будет существенно зависеть от направления колебаний в поперечной волне. Вектор смещения в поперечной волне может быть разложен на две компоненты: SV, расположенной в плоскости падения луча, и SH, перпендикулярной к плоскости луча. При падении на границу раздела волны SH возникает только одна отраженная и одна преломленная волна типа SH. Следовательно, интенсивность волны sP, которая образуется при отражении поперечной волны от поверхности Земли, будет определяться величиной компоненты SV в падающей поперечной волне. Если вектор смещения в поперечной волне направлен перпендикулярно плоскости падения луча ($SV = 0$), то волна sP образовываться не будет.

Кроме афганских и памирских землетрясений, волна sP была отмечена нами также на записях сейсмических станций Дальнего Востока

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Таблица 2

Разность $t_{sP} - t_P$, сек.

Δ, км	*H*, км				
	50	100	150	200	250
200	19	28	34	—	—
300	19	28	36	42	47
400	20	29	37	44	50
500	20	29	38	45	52
600	20	29	38	46	53
700	20	30	39	47	54
800	20	30	39	48	55
900	20	30	40	49	56
1000	20	31	40	49	57
Расстояние от эпицентра до начальной точки волны *sP*	125	160	200	235	275
Расстояние от эпицентра до точки пересечения годографов волн *sP* и *S*	170	260	330	400	465

при землетрясениях, происшедших в Тихом океане, в районе Курильских островов.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛУБИНЫ ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ ПО РАЗНОСТИ $t_{sP} - t_P$

Кажущиеся скорости волн *sP* и *P* при глубоком землетрясении отличаются мало, поэтому разность времен $t_{sP} - t_P$ мало изменяется при изменении эпицентрального расстояния и при заданной мощности земной коры будет в основном определяться глубиной очага землетрясения (фиг. 7). Это обстоятельство позволяет использовать момент вступления волны *sP* для определения глубины очага.

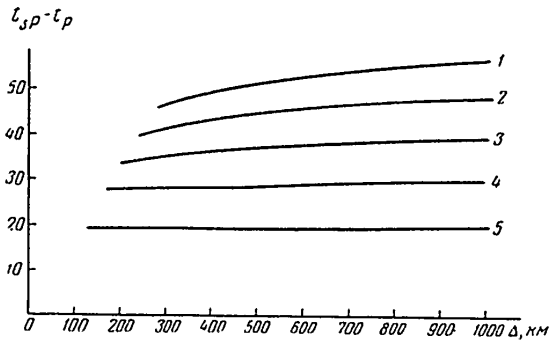
Способ определения глубины очага заключается в том, что если известно вступление волны *sP* хотя бы для одной сейсмической станции, то, определив приближенно расстояние этой станции до эпицентра, можно по годографу (фиг. 7) или по табл. 2, рассчитанным для данного района, по разности $t_{sP} - t_P$ определить глубину очага. До настоящего времени для определения положения очагов глубоких землетрясений Памира и Афганистана по наблюдениям сейсмических станций Средней Азии использовался способ засечек. Точность определения глубины очага методом засечек очень сильно зависит от расположения сейсмических станций по отношению к очагу землетрясения [6]. Если не имеется станций, рас-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

положенных сравнительно близко от эпицентра ($\Delta < 150$—200 км), то глубина очага определяется очень неточно.

Точность определения глубины очага землетрясения по разности времен $t_{sP} - t_P$ не зависит от расположения сейсмических станций по отношению к эпицентру. Если вступление волны sP отмечено хотя бы на записи одной станции, то глубина очага определяется практически с достаточной точностью. Так, например, при определении времени $t_{sP} - t_P$ на сейсмограмме с точностью ± 1 сек. глубина очага определяется с точностью ± 6 км. В то же время при применении метода засечек при самом благоприятном расположении сейсмических станций по отношению к эпицентру и точности отсчета времени $t_S - t_P$, равной ± 1 сек., ошибки в определении глубины очага могут достигать 10—15 км.



Фиг. 7. Кривые зависимости разности времени пробега волн P и sP от эпицентрального расстояния Δ для различных глубин очага.

1— H = 250 км; *2* - 200 км; *3*—150 км; *4*—100 км; *5*—50 км

Однако для очень слабых землетрясений способ определения глубины очага по $t_{sP} - t_P$ неприменим, так как на сейсмограммах в этом случае не всегда удается уверенно выделить волну sP.

Метод определения глубины очага землетрясения на основании времени прихода отраженных волн pP, sS и sP на удаленные станции ($\Delta > 1700$—2000 км) известен с 1935 г. и в настоящее время является основным методом определения глубины очага при обработке сейсмических наблюдений над удаленными землетрясениями. При меньших эпицентральных расстояниях отраженные волны pP и sS вообще не могут наблюдаться на поверхности Земли.

Отраженная волна sP наблюдается и при меньших расстояниях от эпицентра и успешно может быть использована для определения глубины очага близких землетрясений.

Результаты исследований показывают, что выделение новых волн и определение их природы имеет большое значение при изучении землетрясений.

В настоящее время при обработке сейсмических наблюдений используются далеко не все волны, которые отмечены на записях. Изучение новых волн при наличии большого числа сейсмических станций расширяет возможности сейсмологии в направлении более полного и глубокого изучения как самих землетрясений, так и внутреннего строения Земли и земной коры.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. А. Розова. Тр. Сейсмол. ин-та АН СССР, № 123, 1947.
2. Ф. Н. Монахов. Тр. Геофиз. ин-та АН СССР, № 9 (136), 1950.
3. И. А. Введенская. Автореферат диссертации. Геофиз. ин-т АН СССР, 1952.
4. В. Т. Архангельский, И. А. Введенская, В. Н. Гайский, Д. П. Кирнос и др. Руководство по производству и обработке наблюдений на сейсмических станциях СССР, ч. 2. Изд-во АН СССР, 1954.
5. B. Gutenberg. Bull. Seism. Soc. Am., 32, 1944.
6. И. А. Введенская. Тр. Геофиз. ин-та АН СССР, № 30, 1955.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ТРУДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА, № 36 (163)

Н. В. КОНДОРСКАЯ

ВЫДЕЛЕНИЕ ВОЛНЫ *sP* ПРИ НЕГЛУБОКИХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯХ И ЕЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЛУБИНЫ ОЧАГА

Показана возможность выделения волн, отраженных вблизи эпицентра (*sP* и *sS*), на записях землетрясений, очаги которых расположены в земной коре, для эпицентральных расстояний от 2° до 80°. Существование достаточно интенсивной волны *sP* при неглубоких землетрясениях установлено в результате рассмотрения динамических особенностей волны *sP*, связанных с механизмом очага землетрясения.

Указывается способ определения глубины залегания очага землетрясения, расположенного в земной коре, на основании разностей времен прихода волн *sP* и *P*, *sPP* и *PP*, *sPPP* и *PPP*, *sS* и *S*

* * *

В 1931 г. Скрейз [1] обнаружил волны *pP*, *sS* и *sP*, отраженные вблизи эпицентра, при очаге, залегающем на значительной глубине (глубже подошвы земной коры). С тех пор эти волны используются для определения глубины очага глубокофокусного землетрясения.

Предполагалось, что при незначительной глубине очага отраженные вблизи эпицентра волны обнаружить невозможно, так как они неотделимы от волн *P* и *S*. Внимательный анализ сейсмограмм показал, что на записях землетрясений, очаги которых залегают в земной коре, можно выделить вступления волн *sP*. Отождествление волны *sP* на записях разных сейсмических станций производилось по следующим признакам:

1. Волна *sP* имеет более интенсивное вступление на сейсмограмме вертикальной компоненты (фиг. 1).

2. Вступление волны *sP* характеризуется увеличением периода на 2—3 сек. по сравнению с предшествующими ей колебаниями (фиг. 1—4).

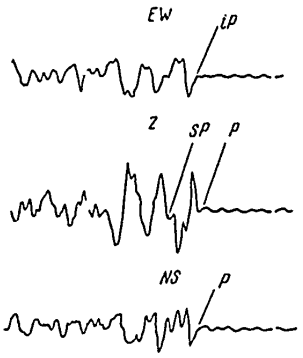
3. Разность времен прихода волн *sP* и *P* мало изменяется с изменением эпицентрального расстояния (фиг. 3, 4).

Кроме того, было отмечено, что амплитуда волны *sP* часто превосходит амплитуду продольной волны *P*, причем отношение амплитуд волн *sP* и *P* зависит от азимута станции относительно эпицентра. Для доказательства правильности интерпретации волн *sP* были привлечены динамические признаки.

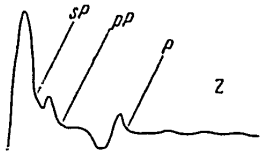
Волна *sP* образуется при падении к поверхности Земли поперечной волны *SV*, которая отражается от поверхности Земли как продольная. Смещение в этой волне зависит от коэффициента отражения на свободной

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

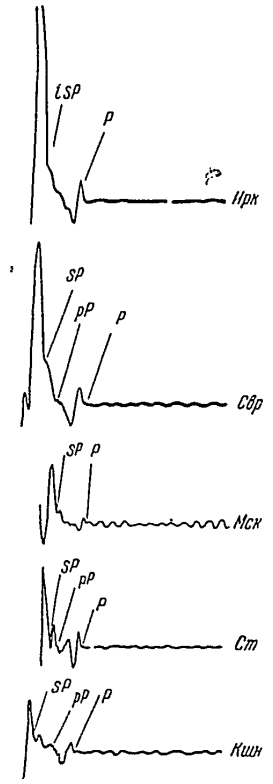
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5



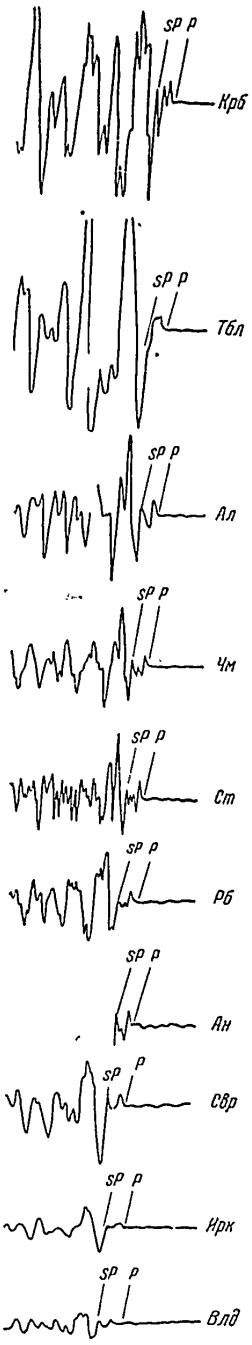
Фиг. 1. Вступления волн *sP* и *P* на записи землетрясения 9.III 1952 г., станция Москва.



Фиг. 2. Вступления волн *sP*, *pP* и *P* на записи землетрясения 4.III 1952 г., станция Гарм.



Фиг. 3. Вступления волн *sP* и *P* на записях землетрясения 4.III 1952 г., 1 ч., станции Иркутск, Свердловск, Москва, Сталинабад, Кишинев.



Фиг. 4. Вступления волн *sP* и *P* на записях землетрясения 13.VIII 1953 г., станции Кировабад, Тбилиси, Алма-Ата, Чимкент, Сталинабад, Рыбачье, Андижан, Свердловск, Иркутск, Владивосток.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

поверхности Земли и от направления сил, действующих в очаге. По этим данным можно вычислить отношения смещений в волнах sP и P, а затем сравнить с наблюденными отношениями.

Для определения смещений удобно воспользоваться формулами теории упругости, полученными В. И. Кейлис-Бороком [2], [3]. В случае очага, эквивалентного диполю с моментом, эти уравнения, записанные в сферических координатах, имеют вид:

$$u_P = -\frac{1}{4\pi\rho a^3}\cdot\frac{1}{R}\cdot\frac{\partial}{\partial t}k\left(t-\frac{R}{a}\right)(\cos\vartheta\cos\varphi\alpha_x + \\ + \sin\vartheta\beta_x + \cos\vartheta\sin\varphi\gamma_x)(\cos\vartheta\cos\varphi\alpha_y + \sin\vartheta\beta_y + \cos\vartheta\sin\varphi\gamma_y), \qquad (1)$$

$$u_{SV} = -\frac{1}{4\pi\rho b^3}\cdot\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial t}k\left(t-\frac{R}{b}\right)\left[\frac{\cos^3\vartheta'\sin^2\varphi'\cos\varphi'}{\cos^2\vartheta'\cos^2\varphi'+\sin^2\vartheta'}\alpha_x + \right.$$

$$\left. + \frac{\cos^2\vartheta'\sin\vartheta'\sin^2\varphi'}{\cos^2\vartheta'\cos^2\varphi'+\sin^2\vartheta'}\beta_x - \frac{\cos\vartheta'\sin\varphi'(\cos^2\vartheta'\cos^2\varphi'+\sin^2\vartheta')}{(\cos^2\vartheta'\cos^2\varphi'+\sin^2\vartheta')^2}\gamma_x\right]\times$$

$$\times[\cos\vartheta'\cos\varphi'\alpha_y + \sin\vartheta'\beta_y + \cos\vartheta'\sin\varphi'\gamma_y], \qquad (2)$$

где u_P — смещение в продольных волнах; u_{SV} — горизонтальная составляющая смещения u_S в поперечных волнах в плоскости падения; a, b — скорости продольных и поперечных волн; ρ — плотность; $R = \sqrt{\bar{x}^2+\bar{y}^2+\bar{z}^2} = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ — гипоцентральное расстояние; $k(t)$ — функция, определяющая действие источника во времени; α_x, β_x, γ_x, α_y, β_y, γ_y — направляющие косинусы силы в системе координат x, y, z (оси x, y, z направлены на восток, север и зенит соответственно); ϑ, φ — сферические координаты точки выхода волны; ϑ', φ' — то же для волны SV.

Вертикальная w_{sP} и горизонтальная u_{sP} компоненты смещения определяются из выражений:

$$w_{sP} = -\frac{b}{a}C\frac{\sin e}{\cos e'}v_{SV} = -\frac{b}{a}C\frac{\sin e}{\sin e'}u_{SV}, \qquad (3)$$

$$u_{sP} = -\frac{b}{a}C\frac{\cos e}{\sin e'}u_{SV}, \qquad (4)$$

где e — угол выхода продольной отраженной волны, e' — угол выхода поперечной падающей волны, C — коэффициент отражения на свободной границе раздела.

Вертикальная w_P и горизонтальная u_P компоненты смещения в падающей продольной волне P равны:

$$u_P = U_P\cos e, \\ w_P = U_P\sin e, \qquad (5)$$

где U_P — амплитуда смещения падающей продольной волны.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Из приведенных формул можно получить искомое отношение:

$$\frac{u_{sP}}{u_P} = \frac{w_{sP}}{w_P} = -\frac{a^2}{b^2} C \frac{A}{B} \frac{1}{\sin e'},$$

где $A = \left(\frac{\cos^3 \vartheta' \sin^2 \varphi' \cos \varphi'}{\cos^2 \vartheta' \cos^2 \varphi' + \sin^2 \vartheta'} \alpha_x + \frac{\cos^2 \vartheta' \sin \vartheta' \sin^2 \varphi'}{\cos^2 \vartheta' \cos^2 \varphi' + \sin^2 \vartheta'} \beta_x - \right.$

$$\left. - \cos \vartheta' \sin \varphi' \sqrt{\cos^2 \vartheta' \cos^2 \varphi' + \sin^2 \vartheta'} \gamma_x \right) \times$$

$$\times (\cos \vartheta' \cos \varphi' \alpha_y + \sin \vartheta' \beta_y + \cos \vartheta' \sin \varphi' \gamma_y), \qquad (6)$$

$$B = (\cos \vartheta' \cos \varphi \alpha_x + \sin \vartheta \beta_x + \cos \vartheta \sin \varphi \gamma_x) \times$$

$$\times (\cos \vartheta \cos \varphi \alpha_y + \sin \vartheta \beta_y + \cos \vartheta \cos \varphi \gamma_y).$$

Согласие теоретических значений величины $\frac{u_{sP}}{u_P}$, рассчитанных по формуле (6), с экспериментальными являлось критерием правильности интерпретации волны sP.

Для сравнения экспериментальных и теоретических значений отношений смещений в волнах sP и P были использованы сейсмограммы следующих землетрясений: 4.XI 1946 г. (Казанджикское), 4.IV 1950 г. (Мондинское), 4.III 1952 г. (район о-ва Хоккайдо).

1. Землетрясение 4.XI 1946 г. ($\varphi = 40{,}°5\text{N}$, $\lambda = 55{,}°0\text{E}$). Для этого землетрясения на сейсмограммах пяти сейсмических станций, расположенных в различных азимутах и на разных эпицентральных расстояниях, были обнаружены вступления волн sP и оказалось возможным определить отношение смещений в волнах sP и P. Значения $\frac{w_{sP}}{w_P}$ для этих сейсмических станций приведены в табл. 1.

Для определения параметров источника, эквивалентного очагу землетрясения, можно применить метод стереографической проекции [5].

На фиг. 5 изображена стереографическая проекция сферы произвольного радиуса, центром которой является очаг землетрясения.

Сплошные и полые кружки на фиг. 5 соответствуют точкам выхода лучей волн P и SV на разные сейсмические станции. Динамические параметры очага землетрясения 4.XI 1946 г. определялись А. В. Введенской [4]. По ее данным очаг этого землетрясения эквивалентен диполю с моментом (в очаге произошла дислокация сдвигового типа). В этом случае будут существовать две нодальные плоскости $y = 0$ и $x = 0$, которые на стереографической проекции изображаются дугами больших кругов.

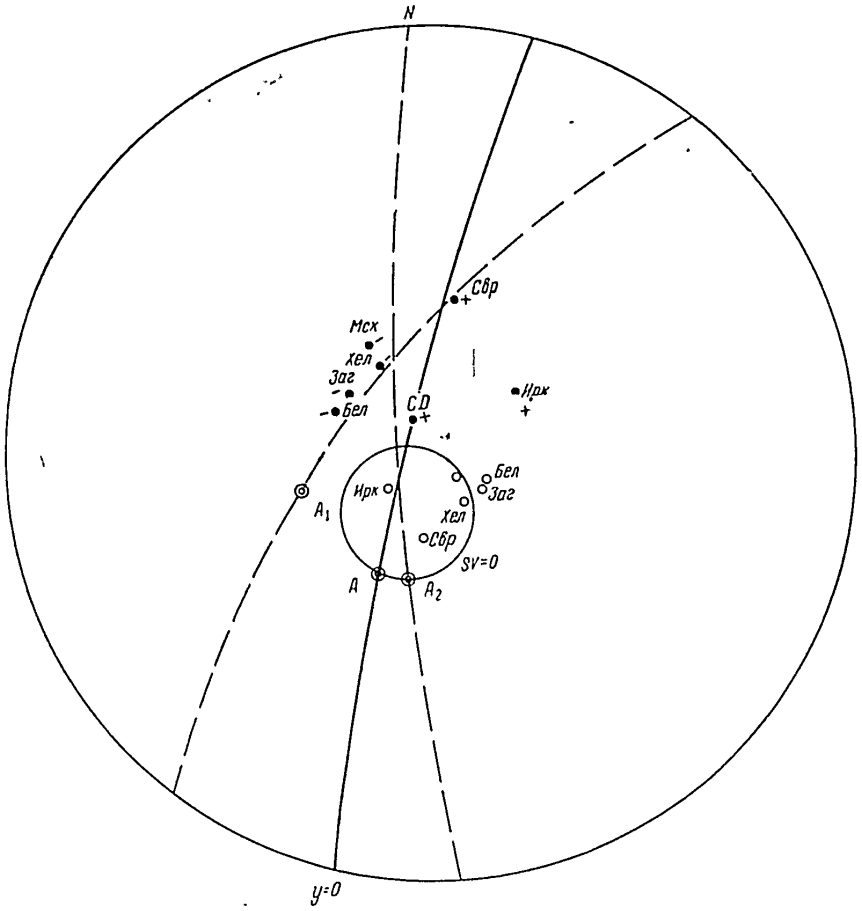
По данным [4] нодальная плоскость $y = 0$ может находиться между положениями, обозначенными на фиг. 5 пунктирными линиями, A_1 и A_2 — соответствующие положения точки выхода оси x.

При этих положениях нодальных плоскостей можно определить пределы, внутри которых лежат возможные значения α_x, β_x, γ_x и α_y, β_y, γ_y. При значениях α_x, β_x, γ_x, α_y, β_y, γ_y, соответствующих крайним положе-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

ниям нодальной плоскости $y = 0$, отношения смещений $\frac{w_{sP}}{w_P}$, вычисленные по формулам (6), оказались отличными от экспериментальных. Так, при одном из крайних положений нодальной плоскости $y = 0$ теоретические



Фиг. 5. Изображение на сетке Вульфа направлений осей источника, эквивалентного очагу землетрясения 4.XI 1946 г.

отношения смещений $\frac{w_{sP}}{w_P}$ для станции Загреб оказались равными 11,2, экспериментальные же отношения $\frac{w_{sP}}{w_P}$ равнялись 2,0. При этом для некоторых станций (Хельсинки) не совпадали с теоретическими знаки смещений в волнах sP и P.

Среди возможных промежуточных положений нодальной плоскости $y = 0$ оказалось такое, при котором теоретические и экспериментальные значения указанных отношений почти совпали. Это положение нодальной плоскости $y = 0$ показано на фиг. 5 сплошной линией; A — соответст-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

вующее положение точки выхода оси x. Круг, проходящий через точку A, изображает нодальную плоскость $SV = 0$. Полученные теоретические значения отношений $\frac{w_{sP}}{w_P}$, вычисленные по формулам (6), представлены в табл. 1.

Таблица 1

Отношения смещений в волнах sP и P для землетрясения 1.XI 1946 г.

Станции	Δ°	Az°	e°	e'°	C	$\frac{w_{sP}}{w_P}$ экспериментальные	$\frac{w_{sP}}{w_P}$ теоретические
Свердловск . . .	17,3	11	53	70	—1,30	3,0	3,5
Белград	25,7	308	62	74	—1,01	2,0	1,6
Хельсинки . . .	26,0	331	62	74	—1,01	—0,4	—0,2
Загреб	28,0	307	63	75	—1,00	2,0	1,5
Иркутск	36,2	55	64	75	—1,00	—0,5	—0,3

2. Землетрясение 4. IV 1950 г. ($\varphi = 51°,7$ N; $\lambda = 101°$E). Для этого землетрясения на сейсмограммах сейсмических станций Алма-Ата, Гарм, Чимкент, Андижан, Свердловск было обнаружено четкое вступление волны sP. Экспериментальные отношения $\frac{U_{sP}}{U_P}$ для всех станций, кроме станции Свердловск, оказались положительными и равными 10—12. Динамические параметры очага этого землетрясения определялись нами по методу В. И. Кейлис-Борока [2, 3]. Очаг оказался эквивалентным диполю с моментом, характеризующимся следующими параметрами (табл. 2).

Таблица 2

Параметры очагов землетрясений 4.IV 1950 г. и 4 III 1952 г.

Землетрясение	Положение плоскости разрыва		Направление сил в очаге	
	азимут простирания	падение	азимут	падение
4.IV 1950	92°	78° NE	70°	64°
4.III 1952				
I вариант	84°	76° NW	112°	62°
II вариант	104°	74° NE	88°	50°

В пределах возможной ошибки в определении динамических параметров этого очага рассчитанные по формулам (6) теоретические отношения $\frac{u_{sP}}{u_P}$ близко совпали с экспериментальными.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

3. Землетрясение 4.III 1952 г. ($\varphi = 42°,0$ N; $\lambda = 142,°0$ E). Для этого землетрясения четкие вступления волн sP были отмечены на записях почти всех сейсмических станций СССР. Так как отношения смещений в волнах sP и P на записях сейсмических станций, расположенных в одном и том же районе, оказались примерно одинаковыми, то нами выбирались лишь данные некоторых станций.

Для расчета теоретических значений отношений смещений в волнах sP и P использовались данные о динамических параметрах этого очага, полученные С. Д. Коган [6]. По данным [6], очаг этого землетрясения эквивалентен диполю с моментом (табл. 2, I вариант).

Рассчитанные нами при этих параметрах по формулам (6) теоретические значения отношений $\frac{u_{sP}}{u_P}$ несколько отличались от экспериментальных. Однако в пределах возможной ошибки в определении динамических параметров очага этого землетрясения были найдены такие значения α_x, β_x, γ_x, α_y, β_y, γ_y, при которых теоретические отношения $\frac{u_{sP}}{u_P}$ наилучшим образом совпали с экспериментальными (табл. 2, II вариант).

Сравнительные данные теоретических и экспериментальных отношений представлены в табл. 3.

Таблица 3

Отношения смещений в волнах sP и P для землетрясения 4.III 1952 г.

Станция	$\Delta°$	$Az°$	$e°$	$e'°$	C	$\frac{u_{sP}}{u_P}$ экспериментальные	$\frac{u_{sP}}{u_P}$ теоретические
Иркутск	27,6	—53	63	75	—1,00	12,0	13,1
Гарм	53,7	—67	68	78	—0,83	5,2	5,4
Сталинабад	54,0	—67	68	78	—0,83	5,0	5,4
Москва	63,8	—37	70	79	—0,77	6,6	9,3
Пятигорск	64,8	—49	72	81	—0,80	3,5	3,8
Пулково	65,0	—20	71	80	—0,77	—	15,7

Примеры сейсмограмм этого землетрясения приведены на фиг. 2 и 3.

Полученные нами результаты подтверждают правильность идентификации волн sP и указывают на возможность выделения этих волн на записях неглубоких землетрясений — как на близких ($\Delta < 10°$), так и на далеких ($\Delta > 10°$) эпицентральных расстояниях. Следовательно, способ определения глубины очага по разности времен вступлений волн sP и P применим и для землетрясений с очагами в земной коре.

Времена прихода волн sP и P при определенных глубине очага и эпицентральном расстоянии зависят от строения земной коры [7]. На основе

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

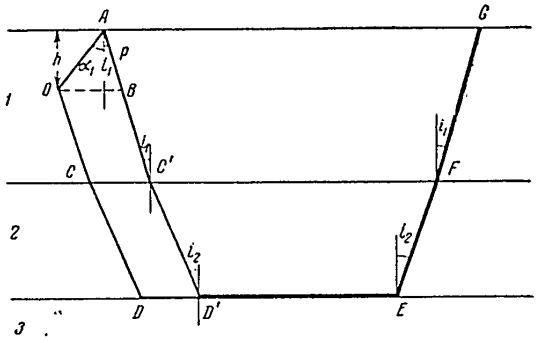
данных о среднем строении земной коры сейсмоактивных районов СССР и скоростей сейсмических волн в слоях (табл. 4) были составлены таблицы разностей времен прихода волн sP и P для глубин очагов от 0 до 45 км через каждые 5 км (см. табл. 6 на стр. 46).

Таблица 4

Скорости сейсмических волн

Слой	Мощность, км	Скорости, км/сек	
		a	b
Гранит	25	5,8	3,3
Базальт	20	6,3	3,7
Ультрабазальт . .	—	8,0	

При составлении таблиц разности времен прихода волн sP и P рассчитывались по следующим формулам:



Фиг. 6. Схема распространения волн sP и P на малых эпицентральных расстояниях при очаге в гранитном слое.

1 — гранит; *2* — базальт; *3* — ультрабазальт.

1. Эпицентральные расстояния до 10°. При очаге в гранитном слое (фиг. 6) волна P распространяется по пути $OCDEFG$, а волна sP — по пути $OABC'D'EFG$

$$t_{sP} - t_P = h\left(\frac{1}{\cos\alpha_1 v_{S_1}} + \frac{1}{\cos i_1 v_{P_1}}\right) - \frac{h(\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg} i_1)}{v_{P_3}}. \qquad (7)$$

При очаге в базальтовом слое (фиг. 7) волна P распространяется по пути $ODEFG$, а волна sP — по пути $OCAC'BD'EFG$.

$$t_{sP} - t_P = \frac{h'}{\cos\alpha_2 v_{S_2}} + \frac{H}{\cos\alpha_1 v_{S_1}} + \frac{H}{\cos i_1 v_{P_1}} + \frac{h'}{\cos i_2 v_{P_2}} - \frac{h'\operatorname{tg} i_2 + H\operatorname{tg} i_1 + h'\operatorname{tg}\alpha_2 + H\operatorname{tg}\alpha_1}{v_{P_3}}. \qquad (8)$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

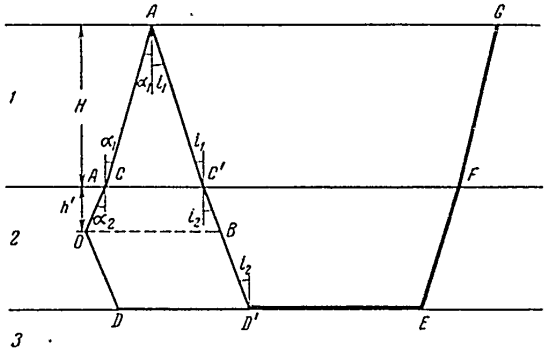
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

2. Эпицентральные расстояния свыше 10° при очаге в гранитном слое:

$$t_{sP} - t_P = \frac{h}{\sin e'} \frac{\cos[180° - (e + e')]}{v_{P_1}} + \frac{1}{v_{S_1}}. \qquad (9)$$

При очаге в базальтовом слое:

$$t_{sP} - t_P = \frac{h'}{\sin e' v_{S'}} + \frac{H}{\sin e' v_{S'}} + \frac{(h' + H)}{v_{P'} \sin e'} \cdot \cos[180° - (e + e')]. \qquad (10)$$



Фиг. 7. Схема распространения волн *sP* и *P* на малых эпицентральных расстояниях при очаге в базальтовом слое.

1 — гранит; *2* — базальт; *3* — ультрабазальт.

В этих формулах v_{Pi}, v_{Si} $(i=1, 2, 3)$ — скорости продольных и поперечных волн в слоях (см. табл. 4), $v_{P'}$, $v_{S'}$—скорости, средние для всей земной коры.

Определение глубины очага землетрясения, расположенного в земной коре, по табл. 6 практически сводится к отысканию на сейсмограммах вступлений волн *sP*, удовлетворяющих описанным признакам, и определению глубины очага по измеренной разности и приближению известному эпицентральному расстоянию. При точности отсчета разности вступления волн $sP - P = \pm 2$ сек. точность определения глубины очага равна ± 5 км.

Определение глубины очага землетрясения будет более надежным в случае, если четкие вступления волн *sP* отмечены на сейсмограммах нескольких сейсмических станций.

По описанному способу были определены глубины очагов различных землетрясений, в том числе глубины очагов землетрясений, рассмотренных выше. При этом волны *sP* выделены на эпицентральных расстояниях от 2° до 80°.

Для сравнения глубины очагов некоторых землетрясений определялись независимо, на основании рассчитанных годографов продольных и поперечных волн для различных глубин при известном строении земной коры.

Полученные результаты приведены в табл. 5.

Использование разности времен прихода волн *sP* и *P* для определения глубины залегания очага землетрясения может быть затруднено в случаях

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Таблица 5

Дата и час	Район	Станции, отметившие вступления волн sP и sS	Глубина очага, км	
			по разностям $sP - P$, $sS - S$	по рассчитанным годографам
4.X 1946, 21 ч.	Казанджик	Иркутск, Свердловск, Загреб, Белград, Хельсинки	32±2	
4.IV 1950, 18 ч	Монды	Алма-Ата, Гарм, Чимкент, Андижан, Свердловск	18±2	15*
15.VIII 1950, 13 ч.	Индия	Сталинабад, Семипалатинск, Ереван, Ленинакан, Ялта, Кишинев, Пулково	31±2	
13.VIII 1951, 18 ч.	Турция	Ташкент, Фрунзе, Андижан, Кабанск	18±2	20
4.III 1952, 1 ч.	Япония	Петропавловск, Иркутск, Гарм, Оби-Гарм, Сталинабад, Алма-Ата, Чимкент, Ташкент, Андижан, Фергана, Рыбачье, Ашхабад, Свердловск, Пятигорск, Москва, Пулково, Кишинев, Симферополь, Львов	30±2	
4.III 1952, 19 ч.	Япония	Иркутск, Оби-Гарм, Ашхабад, Шемаха	28±3	26
9.III 1952, 17 ч.	Япония	Иркутск, Семипалатинск, Андижан, Чимкент, Хорог, Оби-Гарм, Ашхабад, Москва, Грозный, Кишинев	28±2	
27.III 1952, 3 ч.	Япония	Фрунзе, Андижан, Кизил-Арват, Гори, Москва	28±2	30
18.III 1953, 19 ч	Турция	Самарканд, Сталинабад, Чимкент, Андижан, Фрунзе, Алма-Ата	18±3	20
9.VIII 1953, 7 ч	Греция	Ереван, Баку, Свердловск, Пулково	22±3	
11.VIII 1953, 3 ч.	Греция	Ужгород, Львов, Кировабад, Пятигорск, Тбилиси, Ереван, Нахичевань, Москва, Пулково, Свердловск Сталинабад, Алма-Ата, Рыбачье, Хорог, Фрунзе, Ташкент, Гарм, Оби-Гарм, Пржевальск, Иркутск, Владивосток, Углегорск	13±2	
12.VIII 1953, 6 ч.	Греция	Львов, Кишинев, Сталинабад, Байрам-Али, Андижан, Иркутск, Южно-Сахалинск	20±5	
2.IX 1953, 0 ч.	Кировабад	Баку, Тбилиси, Джергеталь, Куляб	10±2	7

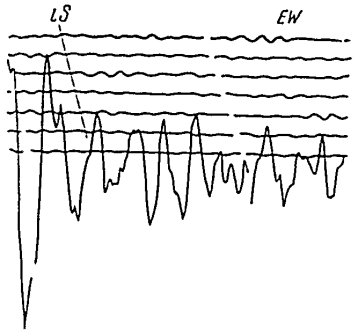
* Глубина определена по макросейсмическим данным.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

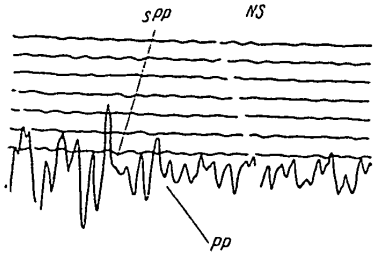
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

нечеткой записи волн sP и P, когда нельзя определить разность времен прихода этих волн.

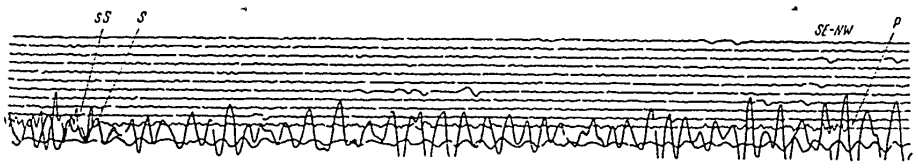
На основании формул (1) и (2) можно установить, что это будет иметь место в случае чистого вертикального сброса (плоскость $y = 0$ вертикальна, $\gamma_y = 0$) при вертикальном ($\beta_x = 0$) и горизонтальном ($\gamma_x = 0$) направлениях силы. В этих случаях u_{SV} являются малыми величинами и волна sP не будет заметна. Иногда смещение в волне P может быть очень малым и первым заметным вступлением явится вступление волны sP, которое будет значительно интенсивнее вступления волны P, что также затруднит определение разности времен прихода волн sP и P. Это может наблюдаться, во-первых, когда сейсмические станции расположены вблизи нодальных плоскостей $y = 0$ или $x = 0$ на любых эпицентральных расстояниях; во-вторых, в случае чистого сдвига (плоскость $y = 0$ горизонтальна, $\beta_y = 0$); u_P в этом случае будут малыми величинами. При наличии точных годографов глубина очага в этих случаях все же может быть определена.



Фиг. 8. Вступления волн sS и S на записи землетрясения 18.III 1953 г., станция Алма-Ата.



Фиг 9. Вступления волн sPP и PP на записи землетрясения 18.III 1953 г., станция Алма-Ата.



Фиг. 10. Вступления волн sS и S на записи землетрясения 18.III 1953 г., станция Москва.

Во всех случаях, когда плоскость $y = 0$ наклонна, u_{SV}—конечная величина, определяемая направлением действия силы. Смещения u_{SV} достигают максимальной величины, когда сила горизонтальна ($\beta_x = 1$).

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Таблица 6

Разности времен прихода волн sP — P, sPP — PP, sPPP — PPP, sS — S, сек.

Δ°	h, км								
	5	10	15	20	25	30	35	40	45
					sP — P				
5	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0	15,5	17,0
10	2,0	4,0	6,0	8,1	10,1	12,1	14,0	16,0	17,5
20	2,0	4,2	6,5	8,6	10,8	12,9	14,7	16,7	18,8
30	2,0	4,5	6,7	9,0	11,2	13,4	15,3	17,5	19,5
40	2,2	4,5	6,7	9,0	11,2	13,5	15,4	17,5	19,6
50	2,2	4,5	6,8	9,1	11,4	13,6	15,6	17,7	19,8
60	2,2	4,6	6,9	9,2	11,5	13,8	15,8	17,9	20,1
70	2,2	4,6	6,9	9,2	11,5	13,8	15,8	17,9	20,1
80	2,5	4,7	7,0	9,3	11,6	14,0	16,0	18,1	20,3
90	2,5	4,7	7,0	9,3	11,7	14,0	16,0	18,3	20,3
100	2,5	4,7	7,0	9,4	11,7	14,0	16,1	18,3	20,4
					sPP — PP				
10	—	3,7	5,5	7,4	9,2	11,1	13,0	14,8	16,7
20	—	3,7	5,5	7,4	9,2	11,1	13,0	14,8	16,7
30	—	4,1	6,0	8,2	10,2	12,3	14,4	16,4	18,6
40	—	4,4	6,6	8,8	11,0	13,2	15,4	17,6	19,8
50	—	4,4	6,6	8,6	11,0	13,2	15,4	17,6	19,8
60	—	4,5	6,7	9,0	11,5	13,5	15,8	18,0	20,4
70	—	4,6	6,9	9,2	11,5	13,8	16,0	18,4	20,6
80	—	4,6	6,9	9,2	11,5	13,8	16,1	18,4	20,7
					sPPP — PPP				
10	—	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0
20	—	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0
30	—	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0
40	—	4,1	6,2	8,2	10,2	12,3	14,2	16,4	18,4
50	—	4,2	6,3	8,4	10,5	12,6	14,7	16,8	18,9
60	—	4,3	6,4	8,6	10,8	12,9	15,1	17,2	19,4
70	—	4,4	6,6	8,8	11,0	13,2	15,4	17,6	19,8
80	—	4,5	6,8	9,0	11,2	13,5	15,8	18,0	20,2
					sS — S				
25	2,2	4,4	6,6	8,8	11,0	13,2	15,4	17,6	19,8
30	2,3	4,7	7,1	9,4	11,8	14,0	16,4	18,8	21,1
35	2,3	4,8	7,2	9,6	12,0	14,4	16,8	19,2	21,6
40	2,3	4,8	7,2	9,6	12,0	14,5	16,9	19,3	21,7
45	2,3	4,9	7,3	9,7	12,0	14,5	16,9	19,3	21,7
50	2,4	4,9	7,3	9,8	12,1	14,7	17,1	19,6	21,9
60	2,4	4,9	7,3	9,8	12,2	14,7	17,2	19,6	21,9
70	2,5	4,9	7,4	9,9	12,2	14,7	17,3	19,7	22,0
80	2,5	4,9	7,5	10,0	12,3	14,8	17,4	19,9	22,0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

В этих случаях волна sP может быть выявлена на записях разных сейсмических станций. Обнаруженная на записях землетрясений с очагом в земной коре обменная волна sP может быть использована, наряду с основными волнами P и S, при определении динамических параметров очагов этих землетрясений.

На сейсмограммах с четким вступлением волны sP часто обнаруживается интенсивное вступление волн, следующих после PP и PPP, а также после S (фиг. 8 — 10). Эти волны по кинематическим признакам соответствуют волнам sPP, $sPPP$ и sS.

Волна sS на записях неглубоких землетрясений до сего времени не выделялась, и часто ее принимали за волну S. В связи с выявлением указанных волн были рассчитаны таблицы разностей $sPP—PP$, $sPPP—PPP$ и $sS—S$ для глубин от 0 до 50 км через каждые 5 км, соответствующие строению земной коры сейсмоактивных районов СССР (табл. 6).

ЛИТЕРАТУРА

1. Scrase. Phil. trans. of the Roy. Soc., 1933.
2. В. Н. Кейлис-Борок. Тр. Геофиз. ин-та АН СССР, № 9 (136), 1950.
3. В. Н. Кейлис-Борок. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1951.
4. А. В. Введенская. Докл. АН СССР, 80, № 4, 1950.
5. А. В. Введенская. Тр. Геофиз. ин-та АН СССР, № 20 (147), 1953.
6. С. Д. Коган. Тр. Геофиз. ин-та АН СССР, № 30 (157), 1955.
7. H. Jeffreys. Tables sP — P. MNRAS, Geoph. Suppl., 5, № 2, 194.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ТРУДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА, № 36 (163)

А. З. КАЦ

О МЕТОДИКЕ ИЗМЕРЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ В ГРУНТАХ И СООРУЖЕНИЯХ

Излагается методика и опыт измерения деформаций в грунтах и сооружениях.

* * *

Решение задач сейсмики грунтов и антисейсмического строительства связано с определением деформаций в грунтах и элементах сооружений, вызываемых прохождением сейсмических волн. При этом важное значение приобретает выделение части остаточных деформаций, появляющихся при сильных сейсмических движениях и предшествующих началу разрушения.

Задачу измерения деформаций в грунтах при прохождении сейсмических волн рассматривал еще Мильн [1]. Он считал, что деформации в основании сооружения являются во многих случаях причиной его разрушения. Деформации в грунтах он определял по относительному перемещению двух свай, отстоящих одна от другой на заданном расстоянии.

В качестве прибора для измерения деформаций он использовал горизонтально расположенный стержень, жестко связанный одним концом с одной из свай. Относительные перемещения увеличивались и регистрировались посредством системы рычагов, связанных со второй сваей. Дальнейшее развитие эти исследования получили на основе применения гальванометрического способа регистрации Б. Б. Голицына.

Беньоф в 1935 г. предложил использовать для измерения линейных деформаций при землетрясениях прибор, названный им сейсмометром линейных деформаций [1]. Идея его предложения не отличается от идеи Мильна, но в качестве индикатора используется электромагнитный датчик, представляющий собой некоторую модификацию электромагнитного сейсмографа

Важные исследования по измерению деформаций в некоторых сооружениях выполнил Г. Е. Рудашевский [2]. Он применил разработанные им индукционные тензометры для измерения деформаций в элементах сооружений. В 1939 г., используя индукционные тензометры, Г. Е. Рудашевский совместно с автором данной работы провели опытные измерения деформации грунта от импульсивного возбуждения.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

В 1945 г. Н. В. Вешняков использовал электромагнитную схему для измерения линейных деформаций почвы при землетрясениях. Беньоф при применении своей электромагнитной схемы пользовался базой в 20 м, что потребовало для осуществления наблюдений специальной стационарной установки. Существенно и то, что возбуждение эдс пропорционально скорости перемещений и, следовательно, измерение остаточных деформаций по этой схеме невозможно. Применение же индукционных схем требует питания системы переменным током соответствующей частоты, что в полевых условиях осложняет работу с ними. Широкие возможности для измерения деформаций в грунтах и сооружениях представляются при использовании проволочных датчиков.

В настоящей статье приводится описание использованного нами способа измерения динамических деформаций в элементах сооружений и грунтах и рекомендуется методика работы с предложенным прибором.

ТРЕБОВАНИЯ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К ПРИБОРУ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ В СООРУЖЕНИЯХ И ГРУНТАХ

Основными требованиями при измерении деформации являются, с одной стороны, надежная связь датчика с объектом измерения, а с другой стороны — исключение обратной реакции датчика на объект в процессе измерения.

В качестве чувствительного элемента в нашем приборе используются проволочные датчики, работающие на принципе изменения омического сопротивления при растяжении или сжатии. Для омического сопротивления чувствительной решетки датчика имеем соотношение $R = \rho \frac{l}{q}$. Сопротивление R претерпевает изменение вследствие изменения l, q и ρ [3].

Проволочные датчики соединялись в мостовую схему и питались постоянным током. При деформациях, воспринимаемых проволочными датчиками, в измерительной диагонали моста появлялся ток, пропорциональный деформации, который регистрировался зеркальным гальванометром.

Изучение деформации в элементах сооружений, например в определенных местах стен или в грунтах, не может быть выполнено путем непосредственной наклейки проволочных сеточек на исследуемый объект. В случае сооружений это связано с тем, что база сеток весьма мала — 4 см, и при наличии неоднородностей материала прибор покажет лишь местные деформации.

Чтобы исключить это явление и получить величину деформации, характеризующую действительное поведение сооружения, базу измерения необходимо значительно увеличить путем введения элемента, воспринимающего деформацию сооружения на заданной базе, и уже этот элемент связать с проволочными датчиками.

В случае, когда нужно изучать деформации грунта, датчики вообще не могут быть применены без специального элемента, воспринимающего

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

деформации грунта. Вместе с тем, в этом случае малость обратной реакции прибора на грунт приобретает еще большее значение, чем в случае сооружений.

Мы покажем, что поставленным условиям можно удовлетворить, выбрав воспринимающий элемент в виде кольца соответствующих размеров.

ХАРАКТЕР ДЕФОРМАЦИИ КОЛЬЦА

Как известно, кольцо может испытывать деформацию чистого изгиба в своей плоскости, изгиб в плоскости, перпендикулярной к его плоскости, и кручение. В нашем случае используется только деформация чистого изгиба в его плоскости, т. е. элемент предназначается для воспроизведения линейных деформаций исследуемого объекта.

Воспроизведение линейных деформаций объекта определяется тем, что рассматриваемый элемент связывается с объектом измерения в двух точках, расположенных вдоль диаметра кольца. Тогда при деформации растяжения и сжатия на измеряемой базе будет происходить удлинение или укорочение диаметра, что, как известно, сопровождается изгибом кольца так же, как происходит изгиб кривого бруса. Если на поверхность, расположенную по какую-либо сторону от нейтрального слоя, наклеим проволочные сеточки, то при изгибе кольца в его плоскости сеточки будут испытывать растяжение и сжатие, а следовательно, могут быть использованы как индикатор деформации исследуемого объекта.

При этом, чем меньше толщина кольца, тем меньше расстояние поверхности наклейки от нейтрального слоя и тем меньше будет растяжение и сжатие сеток, а значит и чувствительность прибора. С другой стороны, мы не можем увеличивать толщину его, не увеличивая одновременно его жесткость, а следовательно, и обратную реакцию прибора на измеряемый объект. Таким образом, при определении размеров кольца эти соображения должны быть приняты во внимание.

ВЫБОР РАЗМЕРОВ КОЛЬЦА И ОЦЕНКА СИЛЫ РЕАКЦИИ

Если продольный диаметр кольца растягивается силами P, направленными вдоль диаметра, то его растяжение можно определить из соотношения [4]:

$$\delta = 0{,}149\,\frac{Pr^3}{EJ}, \qquad (1)$$

где r — радиус осевой линии, E — модуль упругости, J — момент инерции поперечного сечения относительно главной оси под прямым углом к плоскости кольца.

Таким образом при данном δ P будет тем меньше, чем меньше J и больше r.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Учитывая это условие и считая, что максимальная деформация на заданной базе не превосходит определенной величины, мы выбираем размеры кольца таким образом, чтобы получить возможно меньшую силу реакции при заданной частоте его собственных колебаний. В некоторых случаях реактивное давление можно сделать достаточно малым, если по условиям измерения связь прибора с исследуемым объектом осуществляется через площадку.

В таких случаях считая, что сила реакции передается через площадку S, получим, что напряжение, возникающее в местах связи, будет:

$$\sigma = \frac{P}{S} = \frac{\delta EI}{0{,}149\, r^3 S}. \tag{2}$$

Найдем величину отношения местной деформации, вызываемой реакцией тензометра, к деформации, вызываемой прохождением сейсмической волны и регистрируемой прибором.

Обозначив через δ и λ величины деформации, вызванные волной и силой реакции прибора соответственно, будем иметь

$$\eta = \frac{\lambda}{\delta} = \frac{lEI}{0{,}149\, r^3 E_0 S}, \tag{3}$$

где E_0 — модуль упругости измеряемого объекта.

Практически нетрудно обеспечить для сооружений и грунта значения $\eta_1 = 0{,}01$ и $\eta_2 = 0{,}0005$ соответственно. Таким образом, при измерении деформации в стенах сооружений, где площадь, через которую передается сила, невелика, погрешность находится в пределах одного процента. Для грунтов, где площадь, через которую передается давление, может быть значительно увеличена, погрешность становится весьма малой и находится в пределах сотых долей процента.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТЕНЗОМЕТРА

Имея в виду, что тензометр должен измерять деформации, возникающие в процессе колебаний, необходимо обеспечить, чтобы его собственная частота была значительно выше диапазона измеряемых частот. В нашем случае наиболее высокие измеряемые частоты достигают значения 50 гц, поэтому необходимо, чтобы собственная частота тензометра была порядка 200—250 гц.

Характер собственных колебаний прибора определяется видом начальных возмущений, которые будут к нему приложены. При использовании тензометра для регистрации составляющей деформации, направленной вдоль сейсмического луча, или же в случае измерения изгиба стены в плоскости, к ней перпендикулярной, начальные возмущения будут направлены вдоль вертикального диаметра кольца. При этих условиях оно будет совершать свободные колебания изгиба в своей плоскости без изменения длины осевой линии.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Тогда для расчетов можно воспользоваться теорией изгибных колебаний кольца [5]. При этом для частоты колебаний имеем выражение:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{EgI}{\gamma A r^4}\cdot\frac{n^2(1-n^2)^2}{n^2+1}}, \qquad (4)$$

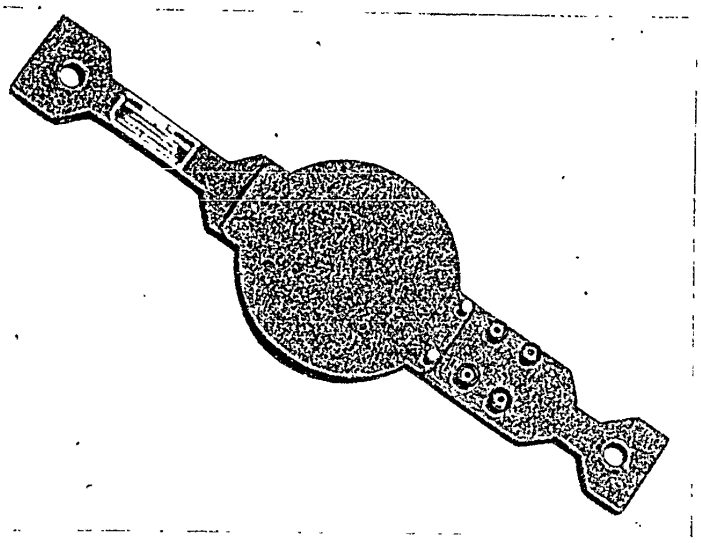
где A — площадь поперечного сечения кольца, γ — удельный вес.

При $n = 2$ кольцо совершает колебания основного тона. В дальнейшем ограничимся рассмотрением этого основного тона.

Подставляя значения параметров прибора, получим $f > 250$ гц, что удовлетворяет поставленному требованию.

ЛАБОРАТОРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для измерительного прибора, как известно, существенное значение имеет линейность его показаний. Принятая приближенная формула (1)



Фиг. 1. Общий вид тензометра.

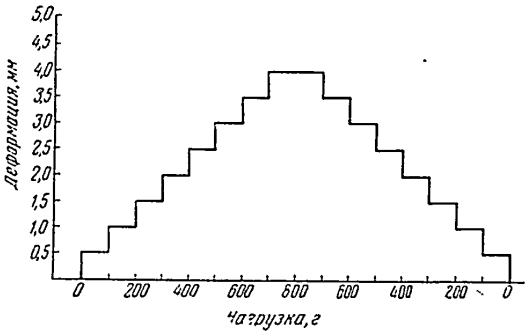
предполагает, что растяжение или сжатие диаметра кольца δ пропорционально приложенной силе P. Однако, для сохранения линейности системы необходимо еще, чтобы растяжение или сжатие наклеенных сеточек также было пропорционально удлинению и сжатию продольного диаметра. Выполнение этих требований было нами проверено в лабораторных условиях. При постоянном питающем напряжении тензометр (фиг. 1) нагружали вдоль вертикального диаметра разными нагрузками; отклонение гальванометра, включенного в схему, регистрировалось осциллографически.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

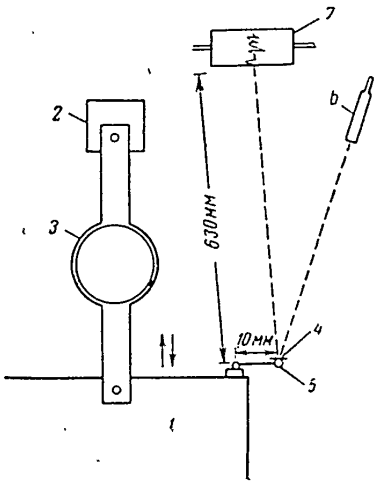
На фиг. 2 показано (в условном масштабе) изменение деформации при нагружении и разгружении тензометра. При растяжении линейность показаний в обе стороны сохраняется в пределах до 0,2 мм. Были также исследованы динамические характеристики прибора в отношении возможного искажения вида записи наложением собственных колебаний и выяснения изменения увеличения системы в зависимости от частоты. Выяснение этих вопросов было проведено при помощи горизонтальной вибрационной платформы Геофизического института.

Платформа приводится в колебательное движение посредством кулачковой передачи. Амплитуду колебаний платформы изменяли путем изменения величины эксцентрика в кулачковой передаче, а частоту задавали изменением числа оборотов мотора постоянного тока.



Фиг. 2. Изменение деформации тензометра при его нагрузке и разгрузке.

При градуировке тензометра он был одним концом жестко связан с неподвижным основанием платформы, а другим — жестко соединен с вибрационной платформой. Таким образом, в процессе движения платформы тензометр испытывал динамические деформации в соответствии с законом движения платформы. Схема градуировки показана на фиг. 3.



Фиг. 3. Схема градуировки тензометра на вибрационной платформе.

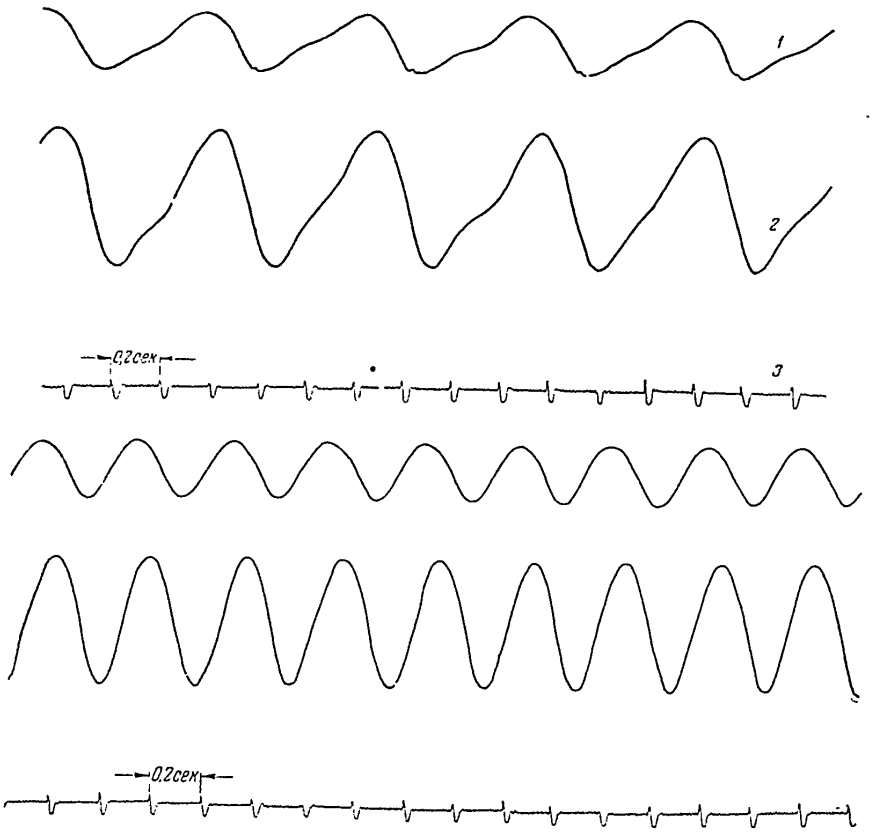
1 — платформа; *2* — жесткая опора; *3* — тензометр; *4* — зеркало; *5* — ось, укрепленная в неподвижной опоре, *6* — коллиматор, *7* — регистрир.

Для сопоставления движения платформы с показаниями тензометра была произведена оптическим путем одновременная запись на фотоленту движения платформы и деформации тензометра. При исследовании был охвачен диапазон частот от 1 до 20 гц с переменной амплитудой движения платформы от 40 до 110 μ.

Диапазон частот был ограничен указанными пределами, так как при более высоких частотах движение платформы становится неправильным вследствие наложения колебаний более высокой частоты. Из приводимых записей (фиг. 4) видно, что тензометр весьма точно следует движению платформы,

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5



Фиг. 4. Запись градуировки тензометра.
1 — движение платформы, *2* — деформация тензометра; *3* — марка времени.

воспроизводя это движение в определенном масштабе без искажений, а также что масштаб, т. е увеличение системы B, несколько изменяется в зависимости от периода колебаний.

РАСЧЕТ УВЕЛИЧЕНИЯ ТЕНЗОМЕТРА

Для определения увеличения тензометра нужно для каждого момента времени знать истинное смещение платформы, что может быть получено из оптической записи ее движения. Запись движения осуществлена следующим образом. К платформе жестко прикреплен металлический стерженек, сообщающий зеркальцу повороты при поступательном перемещении платформы (фиг. 3). Перемещение платформы δ определится из соотношения $\delta = a\gamma$, где a — расстояние от оси вращения до точки контакта с платформой. Из фиг. 3 следует:

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{y}{L},$$

или, при малых углах,

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$\varphi = \frac{y}{2L},$$

где y — смещение на фотозаписи, L — расстояние от зеркальца до фотобумаги. Для перемещения платформы получаем:

$$\delta = \frac{ay}{2L}.$$

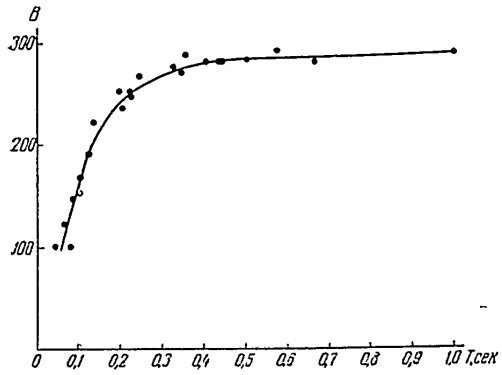
Это соотношение было использовано нами для расчета истинного смещения платформы. Увеличение тензометра получится как отношение смещения на записи y к величине δ:

$$B = \frac{y}{\delta}.$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ГРАДУИРОВКИ

Результаты градуировки тензометра на платформе представлены на фиг. 5.

Частотную характеристику тензометра мы построили для трех заданных амплитуд колебаний платформы. Как видно, чувствительность тензометра в пределах точности отсчета (5—10%) не зависит от величины записываемых деформаций. Так, например, при заданных амплитудах колебаний платформы в 90, 64 и 40 μ в диапазоне частот от 1 до 5 гц увеличение тензометра остается одинаковым, изменяясь в зависимости от частоты для указанного диапазона в пределах 15%.



Фиг. 5. Частотная характеристика тензометра.

При более высоких частотах изменение увеличения происходит более быстро, но одинаковым образом для всех заданных амплитуд колебаний платформы. Абсолютное значение увеличения и изменение его с частотой определяется характеристиками примененного гальванометра. Указанные данные получены с гальванометром Г-Б-IV, имеющим собственную частоту 52 гц и чувствительность $7{,}5 \cdot 10^{-8}$ а/мм/м.

ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕНЗОМЕТРА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ В ГРУНТАХ И СООРУЖЕНИЯХ

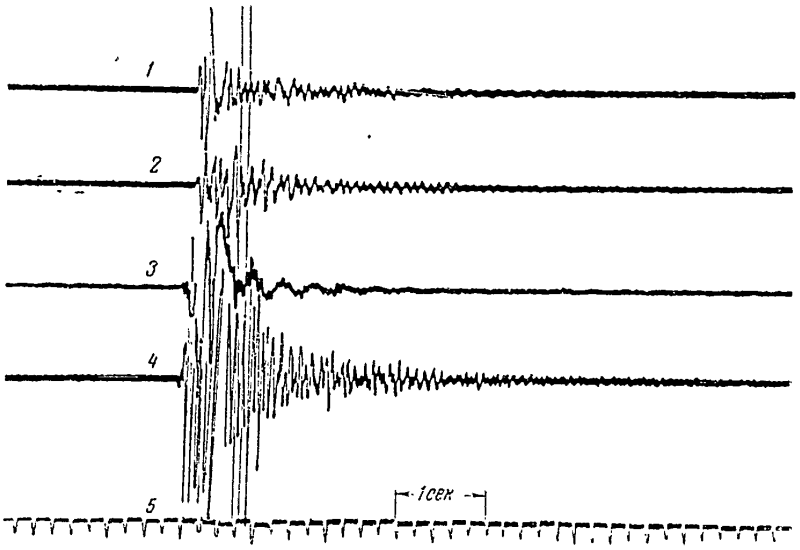
Описанный прибор был применен нами для изучения деформаций грунтов и сооружений. При исследовании сооружений в качестве объекта наблюдений было использовано одноэтажное здание, в котором измеряли динамические деформации стен при прохождении сейсмических волн

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

взрывов. Источник был расположен по линии, перпендикулярной плоскости стены, и волна, таким образом, вызывала колебания, перпендикулярные ее плоскости. Тензометр, укрепленный в стене по вертикали, записывал продольные деформации, соответствующие изгибным колебаниям стены.

Одновременно с записью деформации была произведена запись колебаний грунта у основания сооружения. На фиг. 6 приведен образец записи, из которой видно, что изменение деформации стены во времени следует закону движения основания.



Фиг. 6. Запись деформации в сооружении и движения грунта.

1 — смещение грунта (вертикальная составляющая); *2* — смещение грунта (горизонтальная составляющая, параллельная направлению распространения волны $H_{\parallel}$); *3* — деформация стены; *4* — ускорение грунта (горизонтальная составляющая $H_{\parallel}$); *5* — марка времени.

Вместе с тем выявилось и влияние собственных колебаний самого сооружения. Последнее сказывалось в эффекте наложения колебаний, в результате которого величина деформации в некоторые моменты времени увеличивалась в несколько раз. Этот эффект сказывается еще и в том, что различные составляющие сейсмического спектра при одной и той же величине ускорения вызывали деформацию различной величины.

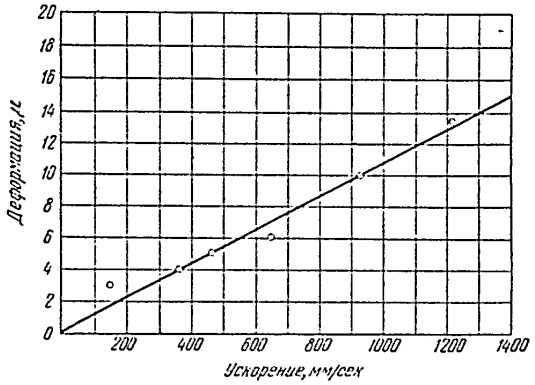
Нам удалось получить некоторые данные об изменении деформации от величины ускорения для одного и того же периода сейсмических колебаний грунта.

На фиг. 7 приводится график, показывающий характер изменения деформации с изменением величины ускорения. Измерения производились на базе 35 см. Из графика следует, что хотя результаты измерения дали некоторый разброс точек относительно приведенной прямой, все же можно принять, что при малых деформациях нарастание деформации в стене

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

пропорционально ускорению грунта. Величину деформации на графике мы даем с точностью до некоторого постоянного множителя K, зависящего от особенностей сооружения.



Фиг. 7. Зависимость деформации от ускорения.

ИЗМЕРЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ В ГРУНТАХ

При применении тензометра для изучения деформации грунтов связь прибора с грунтом была осуществлена посредством заглубленных в грунт пластин, размеры которых были рассчитаны из условия малости обратной реакции тензометра на грунт. Пластины были ориентированы перпендикулярно направлению распространения сейсмического луча, что давало возможность регистрировать линейные деформации грунта на задан-

Фиг. 8. Запись колебаний и деформаций грунта.
1 — движение грунта; *2* — деформация грунта.

ной базе. Так же, как и в случае сооружений, одновременно с записью деформаций в той же точке производилась запись колебаний грунта. На фиг. 8 приведены образцы записей деформации и колебаний грунта. Из приведенных сейсмограмм видно, что тензометр записывает деформации грунта в соответствии с характером его колебаний.

Однако, как будет показано ниже, величины деформаций и фазовый сдвиг между записью деформаций и записью других элементов движения зависят от соотношения между величиной базы измерения и длиной волны. Для этого рассмотрим вид записи тензометра в зависимости от величины базы измерения и его расположения относительно направления распространения волны.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Если источник находится у поверхности и прибор расположен вдоль направления распространения, то он будет регистрировать объемные продольные волны и поверхностные волны рэлеевского вида. Если же источник находится ниже свободной поверхности, то при падении волны на свободную границу смещение в точках наблюдения будет представлять результирующую от смещений в продольной и поперечной волнах и прибор будет записывать деформацию, соответствующую проекции результирующих смещений в направлении продольной оси прибора.

ДЕФОРМАЦИИ В СЛУЧАЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

Предположим, что в грунте распространяется плоская продольная волна вида:

$$u = u_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right). \tag{5}$$

Относительная деформация в какой-либо точке с координатой x будет $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} = -u_0 \frac{2\pi}{\lambda} \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$. Полная деформация на базе $x_2 - x_1$, регистрируемая прибором, будет

$$\delta = u_2 - u_1,$$

или

$$\delta = -2u_0 \sin 2\pi \frac{x_2 - x_1}{2\lambda} \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2 + x_1}{2\lambda}\right). \tag{6}$$

Из (6) видно, что если база измерения $x_2 - x_1 = \frac{(2n-1)\lambda}{2}$, то

$$|\delta| = 2u_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right), \tag{7}$$

т. е. деформация на базе половины длины волны или нечетного числа полуволн равна удвоенному значению смещения в точке x_1. Этот вывод можно получить и непосредственно, если учесть, что смещения в точках, отстоящих одна от другой на расстоянии полуволны, равны и противоположны по фазе; поэтому точки закрепления прибора будут при прохождении волны смещаться на одинаковые величины, но в противоположные стороны.

Если же $x_2 - x_1 = n\lambda$, то из (6) следует, что $\delta = 0$; точки, отстоящие одна от другой на расстоянии длины волны, имеют одинаковые смещения и одинаковые фазы; поэтому прибор, имеющий базу измерения, равную длине волны или целого числа волн, никакой деформации не запишет. Отметим, что форма записи деформации в случае, когда база измерения равна $\frac{\lambda}{2}$, как показывает (7), совпадает с формой записи смещения. Когда же база измерения выбрана произвольно, форма записи деформации, имея вид гармонических колебаний, будет отличаться от записи других элементов движения сдвигом фазы.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Если база измерения мала сравнительно с длиной волны, то выражение (6) можно упростить, положив

$$\sin\frac{\pi(x_2-x_1)}{\lambda}=\frac{\pi(x_2-x_1)}{\lambda}.$$

Тогда

$$\delta=-2u_0\frac{\pi(x_2-x_1)}{\lambda}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_2+x_1}{2\lambda}\right),$$

или, учтя, что

$$\frac{x_2+x_1}{2\lambda}\approx\frac{x}{\lambda},$$

$$\delta=-2u_0\frac{\pi(x_2-x_1)}{\lambda}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right). \qquad (8)$$

Выражение (8) показывает, что в пределах баз, малых сравнительно с длиной волны, амплитуда деформаций пропорциональна величине базы и обратно пропорциональна длине волны, а форма записи деформации по фазе противоположна скорости колебаний частиц.

Из (8) видно, что точность этого выражения при заданной базе измерения зависит от длины волны, причем эта точность будет повышаться с переходом от слабых грунтов к прочным.

Для оценки точности (8) приведем таблицу значений аргумента под знаком синуса и значений этой функции при данном аргументе для различных грунтов при одном и том же периоде колебаний*. Сравнение приводим для продольной волны.

Таблица 1

Грунт	Скорость продольных волн, км/сек.	Период колебаний, сек.	$\frac{\pi(x_2-x_1)}{\lambda}$	$\sin\frac{\pi(x_2-x_1)}{\lambda}$
Граниты	5,6	0,02	0,01	0,01
Известняки и песчаники . . .	4,5—2,5	0,02	0,03	0,03
Полускальные грунты	3,0—1,7	0,02	0,04	0,04
Крупнообломочные грунты .	2,1—0,9	0,02	0,08	0,08
Песчаные грунты	1,6—0,6	0,02	0,12	0,12
Глинистые грунты	1,5—0,6	0,02	0,12	0,12
Насыпные рыхлые грунты . .	0,6—0,2	0,02	0,3	0,3

Из табл. 1 видно, что в сравнительно широких пределах изменения скоростей формулу (8) можно считать достаточно точной. Из формулы (8) также видно, что при переходе сейсмической волны из среды акустически более жесткой в среду акустически менее жесткую увеличение амплитуды колебаний будет меньше, чем увеличение деформаций, так как в этом

* Значения скоростей продольных волн для перечисленных грунтов взяты из работы С. В. Медведева [6].

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

случае сказывается не только отношение акустических жесткостей, но и длина волны.

Отмеченное обстоятельство имеет важное значение при оценке сейсмических свойств грунтов в вопросах антисейсмического строительства, где учитывается не только изменение параметров колебаний частиц, но и возможные изменения деформации грунта, связанные с изменением длины волны.

Рассмотрим теперь запись деформации, вызванной распространением рэлеевской волны. В этом случае, как известно, вектор смещения на поверхности земли определяется компонентами

$$u = 0{,}4227\, C \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right),$$
$$w = 0{,}6204\, C \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right). \qquad (9)$$

Колебания происходят в вертикальной плоскости, проходящей через источник и пункт наблюдения. Прибор будет отмечать деформации, соответствующие горизонтальной составляющей смещения.

Сопоставляя (6) и (9), можно видеть, что форма записи тензометра будет совпадать с формой записи вертикальной составляющей смещения.

ЗАПИСЬ ОСТАТОЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ГРУНТА

Существенным представляется выявленный нами посредством описанного прибора эффект остаточных деформаций в грунтах, появляющийся на разных расстояниях от источника в зависимости от его мощности и характера грунта.

Явление остаточных деформаций показано на сейсмограмме (фиг. 9).

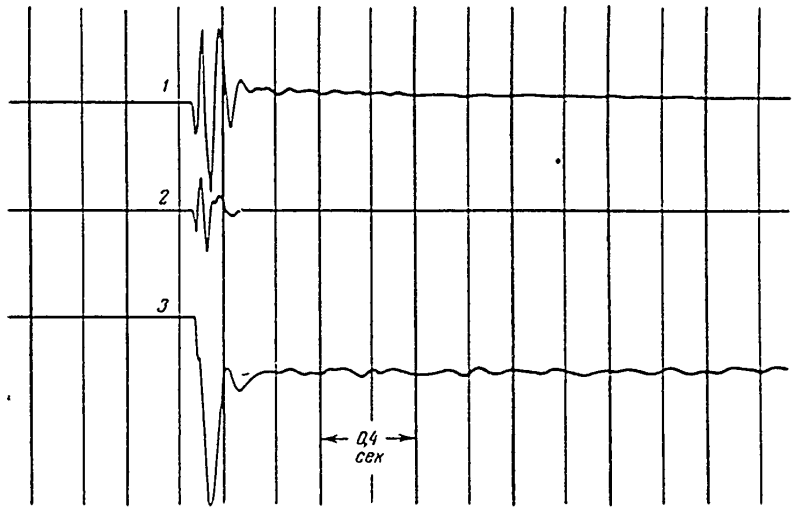
Величина остаточной деформации определяется смещением нулевой линии на некоторую величину после того, как колебательный процесс уже закончился и грунт пришел в состояние покоя. Смещение нулевой линии показывает, что деформация после прекращения колебаний грунта не исчезла и состояние равновесия грунта установилось вокруг нового положения.

Сопоставление величин остаточных деформаций со значениями кинематических элементов движения показывает, что в слабых грунтах остаточные деформации, достигающие 10—15 μ, появляются уже при ускорениях 0,08—0,1 g и периодах колебаний 0,09—0,12 сек. на базе 0,5 м.

Из изложенного видно, что посредством предложенного прибора и использовании описанной методики анализа его записей можно определять деформации в сооружениях и грунтах при прохождении сейсмических волн как в зоне упругих колебаний, так и в зоне остаточных деформаций.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5



Фиг. 9. Запись остаточных деформаций грунта.

1 — смещения грунта (вертикальная составляющая); *2* — смещения грунта (горизонтальная составляющая $H_{\parallel}$); *3* — деформация грунта.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Benioff. Bull. Seism. Soc. Am., 25, № 4, 1935.
2. Г. Е. Рудашевский. Тр. Сейсмол. ин-та АН СССР, № 106.
3. Н. П. Раевский. Методы экспериментального исследования механических параметров машин. Машгиз, 1952.
4. С. П. Тимошенко. Сопротивление материалов. Гостехиздат, 1937.
5. С. П. Тимошенко. Теория колебаний в инженерном деле. Гостехиздат, 1932.
6. С. В. Медведев. Тр. Геофиз. ин-та АН СССР, № 14 (141), 1953.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ТРУДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА, № 36 (163)

С. В. МЕДВЕДЕВ

КОЛЕБАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

В работе освещаются особенности колебаний сооружения, рассматриваемого как вертикальная консольная система. Для количественной оценки воздействия землетрясения на сооружение предлагается пользоваться спектром действия.

* * *

1. ОБ ОСОБЕННОСТЯХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА СООРУЖЕНИЯ

Сейсмические воздействия на сооружения характеризуются, во-первых, особенностями колебания грунта, во-вторых, особенностями колебания сооружения и, в-третьих, условиями совместного колебания грунта и сооружения.

Общего решения задачи о сейсмических воздействиях на сооружения, с учетом трех указанных физических сторон явления, не имеется. В связи с этим для приближенного решения представляется целесообразным направить усилия на получение решений частных задач с целью оценить влияние отдельных факторов, определяющих воздействие землетрясений на сооружения.

Одной из таких частных задач является рассматриваемая ниже задача о сейсмических воздействиях на вертикальную консольную систему. Необходимо отметить, что такая схематизация не выявляет существенных особенностей колебаний сооружений, среди которых можно отметить следующие.

1. Сооружение является несплошным телом и представляет систему состоящую из элементов (стены, колонны, перекрытия и др.). Поэтому, кроме колебания сооружения как общей вертикальной системы, необходимо рассматривать колебание каждого из элементов, составляющих общую систему.

2. Сооружение в общем случае несимметрично относительно главных плоскостей, что влечет, например, появление крутильных колебаний.

3. При сейсмическом воздействии в сооружении могут возникнуть напряжения, превосходящие пределы упругости, а в отдельных случаях — пределы прочности.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

4. Колебание грунта в разных точках основания сооружения является несинхронным.

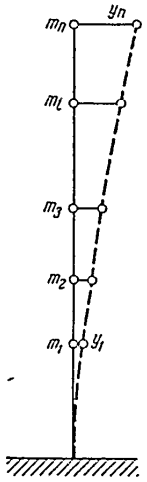
Указанные особенности колебания сооружения потребуют решения других частных задач наряду с излагаемой в этой статье задачей о колебании вертикальной системы.

Вопрос о колебании вертикальной консоли при сейсмическом воздействии рассматривался в ряде работ, среди которых наибольший интерес имеют работы А. Г. Назарова [1], И. Л. Корчинского [2], Био [3], Хаузнера, Мартела и Альфорда [4].

2. СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМЫ БЕЗ ЗАТУХАНИЯ

Будем рассматривать сооружения как вертикальную систему, имеющую n сосредоточенных масс, при этом n может быть любым числом. Обозначим массы через m_i (фиг. 1) и соответствующие им горизонтальные смещения — через y_i ($i = 1, 2, 3, \ldots, n$). Упругие свойства сооружения будем характеризовать жесткостями s_{ik}. Жесткость s_{ik} есть реактивная сила, возникающая в точке i, если в точке k вызван прогиб, равный единице. Будем сначала рассматривать систему без затухания. Уравнение равновесия всех сил для точки i имеет вид:

$$m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} + \sum_{k=1}^{n} s_{ik} y_k = 0. \qquad (1)$$



Фиг. 1. Схема собственного колебания вертикальной системы.

Для системы с n степенями свободы получается n дифференциальных уравнений второго порядка с n неизвестными. Как известно, решение этой системы уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned}
y_1 &= D_1\Delta_1(\omega_1^2)\sin(\omega_1 t + \alpha_1) + \cdots + D_n\Delta_1(\omega_n^2)\sin(\omega_n t + \alpha_n),\\
y_2 &= D_1\Delta_2(\omega_1^2)\sin(\omega_1 t + \alpha_1) + \cdots + D_n\Delta_2(\omega_n^2)\sin(\omega_n t + \alpha_n),\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
y_n &= D_1\Delta_n(\omega_1^2)\sin(\omega_1 t + \alpha_1) + \cdots + D_n\Delta_n(\omega_n^2)\sin(\omega_n t + \alpha_n).
\end{aligned} \qquad (2)$$

Здесь $\Delta_i(\omega_k^2)$ представляют миноры первого порядка от определителей системы линейных уравнений, полученных из дифференциальных уравнений (1), если брать решение их в форме $y_i = C_i \sin(\omega t + \alpha)$. Общий интеграл (2) содержит n произвольных постоянных, характеризующих амплитуды колебаний $D_1, D_2, \ldots, D_n$ и n произвольных постоянных, определяющих сдвиги фаз $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ при колебаниях. Для нахождения $2n$ произвольных постоянных должны быть учтены начальные условия, т. е. начальные смещения y_{i0} и начальные скорости

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$\frac{dy_{i0}}{dt}$, что дает $2n$ начальных условий.

Перейдем к представлению колебаний через обобщенные координаты. За обобщенные координаты примем выражения $q_1, q_2, \ldots, q_n$, являющиеся функциями времени:

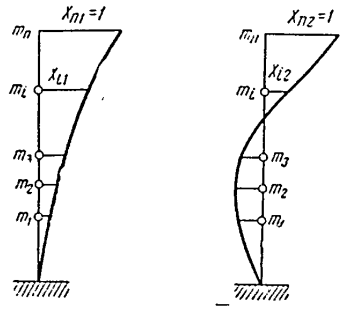
$$q_1 = D_1\Delta_n(\omega_1^2)\sin(\omega_1 t + \alpha_1),$$
$$q_2 = D_2\Delta_n(\omega_2^2)\sin(\omega_2 t + \alpha_2),$$
$$q_n = D_n\Delta_n(\omega_n^2)\sin(\omega_n t + \alpha_n). \tag{3}$$

Колебание по каждой из обобщенных координат будем называть колебанием по главному направлению. Как видно, каждая из координат q_i изменяется во времени как простая синусоида, т. е. каждое из выражений (3) представляет решение однородного дифференциального уравнения второго порядка. Следовательно, в координатах q движение системы описывается с помощью n независимых дифференциальных уравнений, и значит, координаты q являются главными обобщенными координатами.

Подставляя значение главных координат из (3) в (2), получим решение для колебания точек нашей системы в главных координатах:

$$y_1 = X_{11}q_1 + X_{12}q_2 + \cdots + X_{1n}q_n,$$
$$y_2 = X_{21}q_1 + X_{22}q_2 + \cdots + X_{2n}q_n,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$y_n = X_{n1}q_1 + X_{n2}q_2 + \cdots + X_{nn}q_n. \tag{4}$$

Здесь величины X_{ik} определяют форму упругой линии системы при колебании по каждому главному направлению. Будем называть их фундаментальными функциями подобно тому, как это принято в теории интегральных уравнений. Функции X_{ik} нормированы специальным образом, так, чтобы в верхней точке системы получить для всех X значения, равные единице (фиг. 2). Это достигнуто путем введения в главных координатах множителей $\Delta_n(\omega_i^2)$. На основании (2), (3) и (4) значения X_{ik} равны:



Фиг. 2. Графики функции X_{ik} для первого и второго тона

$$X_{1i} = \frac{\Delta_1(\omega_i^2)}{\Delta_n(\omega_i^2)},$$

$$X_{2i} = \frac{\Delta_2(\omega_i^2)}{\Delta_n(\omega_i^2)},$$

$$\cdots\cdots\cdots,$$

$$X_{ni} = \frac{\Delta_n(\omega_i^2)}{\Delta_n(\omega_i^2)} = 1. \tag{5}$$

Первый индекс при X означает номер точки системы, что указывает на зависимость X от ординаты сооружения. Второй индекс указывает на

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

соответствие функции X определенной главной обобщенной координате, т. е. указывает тон колебания. Следовательно, фундаментальные функции являются только функциями координат $X = X(x)$, в то время как главные обобщенные координаты являются функциями только времени $q = q(t)$.

Уравнения (4) представляют линейное преобразование от обычных координат y к главным координатам q.

Перейдем к определению кинетической энергии системы в главных координатах. Кинетическая энергия рассматриваемой системы в прямоугольных координатах равна

$$T = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} m_k\left(\frac{dy_k}{dt}\right)^2. \tag{6}$$

Используя линейное преобразование (4) для перехода к обобщенным координатам, получим:

$$T = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} m_k\left(\sum_{i=1}^{n} X_{ki}\frac{dq_i}{dt}\right)^2. \tag{7}$$

В силу основного свойства главных координат при малых колебаниях члены, содержащие произведения обобщенных скоростей в выражении (7), при раскрытии квадрата суммы обратятся в ноль, и сохранятся лишь квадраты обобщенных скоростей. В выражении (7) квадрат суммы переходит в сумму квадратов:

$$T = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} m_k \sum_{i=1}^{n} X_{ki}^2\left(\frac{dq_i}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{dq_i}{dt}\right)^2\sum_{k=1}^{n} m_k X_{ki}^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\beta_i\dot{q}_i^2. \tag{8}$$

После изменения порядка суммирования получено, что кинетическая энергия выражается через сумму квадратов обобщенных скоростей с инерционными коэффициентами β_i, зависящими от масс m_k и функций X_{ki}:

$$\beta_i = \sum_{k=1}^{n} m_k X_{ki}^2. \tag{9}$$

Инерционные коэффициенты β_i можно получить также исходя из физических соображений. Пусть в решении (2) величины D и α, определяемые начальными условиями движения, будут все равны нулю, кроме D_i и α_i. Это значит, что система будет совершать однотонное собственное колебание с частотой ω_i. При этом в выражении (3) все q, кроме q_i, будут равны нулю. Линейное преобразование от главных обобщенных к прямоугольным координатам (4) в соответствии с этим имеет простой вид:

$$y_k = X_{ki}q_i. \tag{10}$$

Кинетическая энергия в этом случае будет равна

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$T_i = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} m_k X_{ki}^2 \left(\frac{dq_i}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2}\beta_i \dot{q}_i^2. \tag{11}$$

В данном случае колебание совершается только по одному главному направлению. В общем случае кинетическая энергия системы T представляет сумму T_i.

Потенциальная энергия системы П при малых колебаниях выражается через главные координаты в форме суммы квадратов посредством постоянных упругих коэффициентов γ_i:

$$\Pi = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \gamma_i q_i^2. \tag{12}$$

Упругие коэффициенты γ_i, как известно, связаны с инерционными коэффициентами β_i через квадрат частоты колебания ω_i^2:

$$\gamma_i = \beta_i \omega_i^2. \tag{13}$$

Определив значения β_i и γ_i для системы без затухания, перейдем к рассмотрению колебания с учетом затухания.

3. СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ С УЧЕТОМ ЗАТУХАНИЯ

Известно, что колебания точек системы, вызванные начальными смещениями и скоростями, довольно быстро затухают, что обусловлено рассеиванием (диссипацией) механической энергии. Зависимость диссипативных сил от свойств системы и кинематических элементов движения в реальности весьма сложна. Рассеяние энергии при колебаниях сооружения включает рассеяние через грунт, рассеяние из-за внутреннего трения в материале конструкции при деформации и рассеяние в местах нежестких сопряжений элементов здания (перегородки, перекрытия и т. п.). Сложность раздельного учета этих факторов заставляет пользоваться упрощающими предположениями.

Если в системе, кроме инерционных и упругих сил, имеются силы внутреннего сопротивления, то математическое описание колебательных движений усложняется. Рэлеем было дано решение [5] для случая, когда сила, возникающая из-за внутреннего трения, пропорциональна первой степени скорости. Пренебрежение силами сопротивления, пропорциональными высшим степеням скорости, оправдывается тем, что при малых колебаниях скорости движения точек системы малы. В качестве меры рассеивания механической энергии в единицу времени Рэлеем предложена функция рассеивания или диссипативная функция R.

Если движение системы определяется обобщенными координатами $\varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_n$, то функция рассеивания выражается однородной квадратичной формой скоростей с постоянными коэффициентами:

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$R = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} b_{ik}\dot{\varphi}_i\dot{\varphi}_k. \qquad (14)$$

Как указывает Рэлей [5], наличие затухания в системе не препятствует преобразованию обобщенных координат в главные координаты, при которых выражения для T и Π приводится к сумме квадратов, т. е. к виду (11) и (12). Однако при этом выразить диссипативную функцию в виде суммы квадратов не представляется возможным. Приведение одновременно трех функций T, Π и R к сумме квадратов возможно лишь в случае, если R является линейной функцией T или Π. Это будет, например, в том случае, если отношение $\frac{b_{ii}}{\beta_i}$ из (14) и (11) является постоянным для всех i, т. е. затухание определяется не логарифмическим декрементом λ, а коэффициентом затухания h.

Рассмотрим собственные колебания системы, имеющей затухание, в обобщенных координатах q_i, которые являются главными для системы без затухания. При составлении уравнений движения используем уравнения Лагранжа:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial q_i} = 0. \qquad (15)$$

Подставив сюда значения T, Π и R из (11), (12) и (14) и считая в последнем выражении $\dot{\varphi}_i = \dot{q}_i$, получим систему уравнений:

$$\begin{aligned}
&\beta_1\ddot{q}_1 + \sum_{k=1}^{n} b_{1k}\dot{q}_k + \gamma_1 q_1 = 0,\\
&\beta_2\ddot{q}_2 + \sum_{k=1}^{n} b_{2k}\dot{q}_k + \gamma_2 q_2 = 0,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\beta_n\ddot{q}_n + \sum_{k=1}^{n} b_{nk}\dot{q}_k + \gamma_n q_n = 0.
\end{aligned} \qquad (16)$$

Эта система уравнений показывает, что колебания системы не являются независимыми по каждому тону, а связаны через затухание. От системы (1) эта система отличается тем, что содержит члены, включающие первые производные обобщенных координат. Сами координаты q_i не являются главными, так как выражение (16) не является системой независимых уравнений. Решение системы уравнений (16), как известно, ищется в форме:

$$\begin{aligned}
q_1 &= A_1 e^{rt},\\
q_2 &= A_2 e^{rt},\\
&\cdots\cdots\\
q_n &= A_n e^{rt}.
\end{aligned} \qquad (17)$$

Подставив заданные значения q_i в уравнения (16), получим для определения постоянных A_i однородную линейную систему уравнений. Эта

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

система имеет отличающиеся от нуля решения при условии равенства нулю ее определителя:

$$\Delta(r) = 0. \tag{18}$$

Этот определитель дает $2n$ значений частот r. Каждому из этих значений можно найти соответствующие коэффициенты A_i. Для малых колебаний с небольшими затуханиями корни уравнения частот (18) являются комплексными с отрицательной вещественной частью:

$$\begin{aligned} r_\sigma &= -n_\sigma + im_\sigma, \\ \overline{r_\sigma} &= -n_\sigma - im_\sigma. \end{aligned} \tag{19}$$

Здесь комплексный корень r_σ является сопряженным с корнем $\overline{r_\sigma}$. Соответствующие им величины $A_{k\sigma}$ будут также комплексными и сопряженными:

$$\begin{aligned} A_{k\sigma} &= C_\sigma \Delta_k(r_\sigma), \\ \overline{A}_{k\sigma} &= \overline{C}_\sigma \Delta_k(\overline{r_\sigma}) \end{aligned} \tag{20}$$

Подставляя значения r и A в (17) и группируя сопряженные корни, а также заменяя показательные функции тригонометрическими, получим:

$$\begin{gathered} q_{k\sigma} = (f_\sigma \cos m_\sigma t - d_\sigma \sin m_\sigma t)\, e^{-n_\sigma t}, \\ (k = 1, 2, \ldots, n). \end{gathered} \tag{21}$$

Общее решение получаем путем сложения n частных решений (21), давая σ значения $1, 2, \ldots, n$. Оно содержит $2n$ произвольных постоянных f_σ и d_σ, которые определяются из $2n$ начальных условий движения.

$$\begin{gathered} q_k = \sum_{\sigma=1}^{n} B_\sigma \sin(m_\sigma t + \alpha_\sigma)\, e^{-n_\sigma t}, \\ (k = 1, 2, \ldots, n). \end{gathered} \tag{22}$$

Экспоненциальный множитель указывает, что решение выражает затухающие колебания. Решение таких систем в численном виде представляет значительные трудности. Поэтому в качестве примера рассмотрим более детально колебания системы с двумя степенями свободы. В этом случае собственные колебания будут описываться двумя уравнениями, получаемыми подстановкой значений T, Π и R в уравнение Лагранжа (15)

$$\begin{aligned} \beta_1 \ddot{q}_1 + b_1 \dot{q}_1 + b_{12} \dot{q}_2 + \gamma_1 q_1 &= 0, \\ \beta_2 \ddot{q}_2 + b_{12} \dot{q}_1 + b_2 \dot{q}_2 + \gamma_2 q_2 &= 0 \end{aligned} \tag{23}$$

Из условия симметрии коэффициенты $b_{12} = b_{21}$. Частное решение этих уравнений ищется подобно решению рассмотренной ранее системы с n степенями свободы:

$$\begin{aligned} q_1 &= A_1 e^{rt}, \\ q_2 &= A_2 e^{rt}. \end{aligned} \tag{24}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

После подстановки этих значений в уравнении (23) получим однородную линейную систему двух уравнений

$$\begin{aligned} A_1(\beta_1 r^2 + b_1 r + \gamma_1) + A_2 b_{21} r = 0, \\ A_1 b_{21} r + A_2(\beta_2 r^2 + b_2 r + \gamma_2) = 0. \end{aligned} \tag{25}$$

Эта система имеет отличные от нуля решения для A_1 и A_2 лишь в случае равенства нулю ее определителя $\Delta(r) = 0$. Раскрывая определитель, получим развернутое характеристическое уравнение:

$$\begin{aligned} \beta_1\beta_2 r^4 + (\beta_1 b_2 + \beta_2 b_1) r^3 + (\beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1 + b_1 b_2 - b_{12}^2) r^2 + \\ + (\gamma_1 b_2 + b_1\gamma_2) r + \gamma_1\gamma_2 = 0. \end{aligned} \tag{26}$$

При ограниченном затухании и малых колебаниях корни этого уравнения будут комплексными с отрицательной вещественной частью, попарно сопряженные:

$$\begin{aligned} r_1 &= -n_1 + ik_1, \\ \bar{r}_1 &= -n_1 - ik_1, \\ r_2 &= -n_2 + ik_2, \\ \bar{r}_2 &= -n_2 - ik_2. \end{aligned} \tag{27}$$

Каждой паре сопряженных корней соответствуют также комплексные сопряженные коэффициенты $A = B + iC$ и $\bar{A} = B - iC$, которые определяются подстановкой значений r в (25). Отметим, что из уравнений (25) определяются отношения $A_2 : A_1$ при разных значениях корней r. Полусумма решений для пары сопряженных корней, как видно из (27), дает новое решение, которое является вещественным. Определим, например, координату q_1 для сопряженных корней r_1 и $\bar{r}_1$, т. е. q_{11}:

$$\begin{aligned} q_{11} = \frac{1}{2}(A_{11}e^{r_1 t} + \bar{A}_{11}e^{\bar{r}_1 t}) = e^{-n_1 t}\left(\frac{A_{11} + \bar{A}_{11}}{2}\cos k_1 t + i\,\frac{A_{11} + \bar{A}_{11}}{2}\sin k_1 t\right) = \\ = e^{-n_1 t}(B_{11}\cos k_1 t + C_{11}\sin k_1 t). \end{aligned} \tag{28}$$

Аналогично получается частное решение для координаты q_2 при подстановке первой пары сопряженных корней r_1 и $\bar{r}_1$, а также для двух координат q_1 и q_2 при подстановке второй пары сопряженных корней r_2 и $\bar{r}_2$

$$\begin{aligned} q_{11} &= e^{-n_1 t}(B_{11}\cos k_1 t + C_{11}\sin k_1 t), \\ q_{21} &= e^{-n_1 t}(B_{21}\cos k_1 t + C_{21}\sin k_1 t), \\ q_{12} &= e^{-n_2 t}(B_{12}\cos k_2 t + C_{12}\sin k_2 t), \\ q_{22} &= e^{-n_2 t}(B_{22}\cos k_2 t + C_{22}\sin k_2 t). \end{aligned} \tag{29}$$

Общее решение для каждой координаты представляет сумму двух соответствующих частных решений:

$$\begin{aligned} q_1 &= q_{11} + q_{12}, \\ q_2 &= q_{21} + q_{22}. \end{aligned} \tag{30}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Факторы затухания n и частот колебаний k определяются вещественной и мнимой частью корней (27) характеристического уравнения. Из восьми постоянных B и C только четыре являются произвольными. Постоянные B_{21} и C_{21} определяются через B_{11} и C_{11} подобно тому, как постоянная A_2 определяется через A_1 из (25):

$$B_{21} = \frac{1}{b_{12}}\left(\beta_1 n + \frac{\gamma_1 n_1}{n_1^2 + k_1^2} - b_1\right) B_{11} - \frac{1}{b_{12}}\left(\beta_1 k_1 - \frac{\gamma_1 k_1}{n_1^2 k_1^2}\right) C_{11},$$

$$C_{21} = \frac{1}{b_{12}}\left(\beta_1 k_1 - \frac{\gamma_1 k_1}{n_1^2 + k_1^2}\right) B_{11} - \frac{1}{b_{12}}\left(\beta_1 n_1 + \frac{\gamma_1 n_1}{n_1^2 + k_1^2} - b_1\right) C_{11}. \qquad (31)$$

Выражение для определения B_{12} и C_{12} через B_{22} и C_{22} имеет такую же форму с соответствующей заменой индексов. Движение по координате q_1 представляет, согласно (29) и (30), наложение двух затухающих колебаний.

Составляющие колебаний q_{11} и q_{21} имеют одинаковую частоту; однако, они отличаются не только амплитудой, но и сдвинуты по фазе. Таким образом, когда диссипативная функция R не приводится к сумме квадратов, колебания системы с частотой k_i совершаются в каждой точке со сдвигом фазы, т. е. координат q_i имеют нулевые значения в разные моменты времени для разных точек. Отметим, что в системе без затухания для всех точек система координат q_i достигает нулевого значения одновременно.

В действительности при колебании сооружения силы затухания малы по сравнению с упругими силами. Поэтому представляет интерес рассмотреть случай, при котором можно пренебречь квадратами и произведениями коэффициентов b_1, b_2 и b_{12}. Если бы в системе отсутствовало затухание, то квадраты частот главных колебаний согласно (13) были бы равны:

$$k_1^2 = \frac{\gamma_1}{\beta_1}, \quad k_2^2 = \frac{\gamma_2}{\beta_2}. \qquad (32)$$

Следовательно, корни характеристического уравнения равны:

$$r_1 = i\sqrt{\frac{\gamma_1}{\beta_1}}, \quad r_2 = i\sqrt{\frac{\gamma_2}{\beta_2}}. \qquad (33)$$

Наличие сопротивлений изменяет значения корней на некоторые величины η_1 и η_2, которые на основании (27) имеют порядок малости, одинаковый с коэффициентами b:

$$r_1 = i\sqrt{\frac{\gamma_1}{\beta_1}} + \eta_1,$$

$$r_1^2 = -\frac{\gamma_1}{\beta_1} + 2i\eta_1\sqrt{\frac{\gamma_1}{\beta_1}}. \qquad (34)$$

В характеристическом уравнении (26) отбросим малые второго порядка, имеющие множители $b_1 b_2$ и b_{12}^2, и преобразуем его к следующему виду:

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$(\beta_1 r^2 + \gamma_1)(\beta_2 r^2 + \gamma_2) + r[(\beta_1 b_2 + \beta_2 b_1) r^2 + (\beta_1 b_2 + \beta_2 b_1)] = 0. \quad (35)$$

Подставляя в это уравнение значения r_1 и r_1^2 из (34) и пренебрегая малыми величинами порядка выше первого, получим:

$$\eta_1 = -\frac{b_1}{2\beta_1}. \quad (36)$$

Следовательно, при малом затухании поправка η_1 к корню характеристического уравнения является вещественной и поэтому не изменит частоты колебания, определяемой через мнимую часть. Вместе с этим выражение (36) дает значение вещественной части в комплексных выражениях корней (27). Таким образом, при малом затухании частота колебания может определиться из рассмотрения движения системы без учета затухания. При этом, согласно (27), (34) и (36), коэффициент затухания n_1 и частота k_1 определяются следующими выражениями:

$$k_1 = \sqrt{\frac{\gamma_1}{\beta_1}},$$
$$n_1 = \frac{b_1}{2\beta_1}. \quad (37)$$

Перейдем к рассмотрению амплитуд колебания для случая малого затухания. Для этого, подставив значения k_1 и n_1 из (37) в (31), сделав алгебраические преобразования и отбросив члены второго порядка малости, получим:

$$B_{21} = -\frac{b_1^2}{4b_{12}\sqrt{\beta_1\gamma_1}} C_{11},$$
$$C_{21} = \frac{b_1^2}{4b_{12}\sqrt{\beta_1\gamma_1}} B_{11}. \quad (38)$$

Выражения для обобщенных координат q_{11} и q_{21} после подстановки (29) в (38) принимают вид:

$$q_{11} = e^{-n_1 t}(B_{11}\cos k_1 t + C_{11}\sin k_1 t),$$
$$q_{21} = \frac{b_1^2}{4b_{12}\sqrt{\beta_1\gamma_1}} e^{-n_1 t}(B_{11}\sin k_1 t - C_{11}\cos k_1 t). \quad (39)$$

Вводя фазовый угол $\alpha = \operatorname{arc\,tg}\frac{B_{11}}{C_{11}}$ и амплитуду $E = \sqrt{B_{11}^2 + C_{11}^2}$, получим частные решения движения системы в виде:

$$q_{11} = E_1 e^{-n_1 t}\sin(k_1 t + \alpha_1),$$
$$q_{21} = \frac{b_1^2}{4b_{12}\sqrt{\beta_1\gamma_1}} E_1 e^{-n_1 t}\sin\left(k_1 t + \alpha_1 - \frac{\pi}{2}\right),$$
$$q_{12} = \frac{b_2^2}{4b_{12}\sqrt{\beta_2\gamma_2}} E_2 e^{-n_2 t}\sin\left(k_2 t + \alpha_2 - \frac{\pi}{2}\right),$$
$$q_{22} = E_2 e^{-n_2 t}\sin(k_2 t + \alpha_2). \quad (40)$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Здесь значения для координат q_{12} и q_{22} записаны, по аналогии с q_{11} и q_{21}, с соответствующей перестановкой индексов.

Складывая частные решения, получим общий интеграл уравнений колебаний системы с двумя степенями свободы (23) для случая малого затухания в следующей форме:

$$q_1 = E_1 e^{-n_1 t}\sin(k_1 t + \alpha_1) + \mu_2 E_2 e^{-n_2 t}\sin\left(k_2 t + \alpha_2 - \frac{\pi}{2}\right),$$
$$q_2 = \mu_1 E_1 e^{-n_1 t}\sin\left(k_1 t + \alpha_1 - \frac{\pi}{2}\right) + E_2 e^{-n_2 t}\sin(k_2 t + \alpha_2). \qquad (41)$$

Здесь частоты k и коэффициенты затухания n имеют значения согласно (37). Как видно из (41), движение по каждой из обобщенных координат представляет наложение двух затухающих синусоидальных колебаний, имеющих частоты, соответствующие частотам главных колебаний в системе без затухания. Перейдем к оценке коэффициентов μ:

$$\mu_1 = \frac{b_1^2}{4b_{12}\sqrt{\beta_1\gamma_1}}. \qquad (42)$$

Заменим здесь β_1 и γ_1, согласно (37), на k_1, n_1 и b_1. Учитывая, кроме того, что $\frac{n_1}{k_1} = \frac{\lambda}{2\pi}$, где λ есть логарифмический декремент затухания колебания, получим

$$\mu_1 = \frac{b_1\lambda}{b_{12}\cdot 4\pi}. \qquad (43)$$

Для определения численного значения μ будем считать, что $\lambda = 0{,}50$ и что $b \approx b_{12}$. При этом получим

$$\mu \approx 0{,}04. \qquad (44)$$

Таким образом, при малом затухании колебание по каждой главной координате q_i будет представлять суперпозицию двух гармонических колебаний. Например, на колебание первого тона с начальной амплитудой E_1 накладывается колебание с амплитудой $\mu_2 E_2$.

В случае вынужденных колебаний при нестационарном законе изменения возмущающей силы амплитуды основных колебаний E сильно уменьшаются с увеличением частоты, т. е. $E_1 > E_2$. Поэтому искажение колебаний по главному направлению будет незначительное, так как $E_1 \gg \mu_2 E_2$. Следовательно, изменения координаты q_1 можно рассматривать только по основному тону. Первое из уравнений (41) принимает вид:

$$q_1 = E_1 e^{-n_1 t}\sin(k_1 t + \alpha_1). \qquad (45)$$

По второму главному направлению q_2 искажающее влияние колебаний с частотой k_1 по отношению к основным колебаниям с частотой k_2 может быть более существенным и зависит от того, насколько E_1 больше, чем E_2. Если обратиться к системам с большим числом степеней свободы, то для колебаний по третьему и четвертому направлениям эти искажения

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

будут сказываться еще значительнее.

Таким образом, при рассмотрении колебаний системы с многими степенями свободы, обладающей затуханием, колебание основного и, с некоторым приближением, второго тона может быть оценено как независимое. Имея в виду в дальнейшем такое ограничение, будем приближенно считать, что диссипативная функция R приводится к сумме квадратов:

$$R = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} b_i \dot{q}_i^2. \tag{46}$$

При этом R является линейной функцией T, т. е. коэффициенты b_i пропорциональны инерционным коэффициентам β_i. Это значит, что коэффициент затухания n_1 из (37) остается постоянным для всех тонов. Обозначая его через h, получим, что

$$b_i = 2h\beta_i. \tag{47}$$

4. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМЫ С ЗАТУХАНИЕМ

Рассмотрев основные соотношения для собственных колебаний, перейдем к исследованию колебаний системы для случая, когда ее основание совершает поляризованное движение по закону:

$$u = u(t). \tag{48}$$

Здесь смещение u может быть любой функцией времени.

Пусть отклонение любой k-й точки системы относительно основания равно $y_k(t)$. Составим дифференциальное уравнение Лагранжа (15). Для этого необходимо иметь значения кинетической энергии T, потенциальной энергии Π и функции рассеивания R.

Кинетическая энергия системы в прямоугольных координатах равна

$$T = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} m_k\left[\frac{d(y_k+u)}{dt}\right]^2 = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} m_k\left(\frac{dy_k}{dt}\right)^2 + \\ + \frac{du}{dt}\sum_{k=1}^{n} m_k\frac{dy_k}{dt} + \frac{1}{2}\left(\frac{du}{dt}\right)^2\sum_{k=1}^{n} m_k. \tag{49}$$

Перейдем от прямоугольных координат к главным обобщенным координатам в соответствии с линейным преобразованием (4):

$$T = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} m_k\left(\sum_{i=1}^{n} X_{ki}\frac{dq_i}{dt}\right)^2 + \frac{du}{dt}\sum_{k=1}^{n} m_k\sum_{i=1}^{n} X_{ki}\frac{dq_i}{dt} + \frac{1}{2}\left(\frac{du}{dt}\right)^2\sum_{k=1}^{n} m_k. \tag{50}$$

Первый член этого выражения преобразуем в соответствии с (9). В силу основного свойства главных координат члены, содержащие произведения обобщенных скоростей, обратятся в ноль и сохранятся лишь квадраты обобщенных скоростей. Первый член выражения (50) соответствует (7), поэтому с учетом (8) и (9) он будет равен:

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} m_k \left(\sum_{i=1}^{n} X_{ki}\frac{dq_i}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\beta_i \dot{q}_i^2. \tag{51}$$

Для преобразования второго члена изменим порядок суммирования и введем коэффициент δ_i:

$$\frac{du}{dt}\sum_{k=1}^{n} m_k \sum_{i=1}^{n} X_{ki}\frac{dq_i}{dt} = \frac{du}{dt}\sum_{i=1}^{n}\delta_i \dot{q}_i. \tag{52}$$

Здесь коэффициент δ_i, зависящий от масс m_k и функций X_{ki}, т. е. только от особенностей колеблющейся системы, равен:

$$\delta_i = \sum_{k=1}^{n} m_k X_{ki}. \tag{53}$$

Выражение для кинетической энергии (50) с учетом (51) и (52) получает вид:

$$T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\beta_i \dot{q}_i^2 + \frac{du}{dt}\sum_{i=1}^{n}\delta_i q_i + \frac{1}{2}\left(\frac{du}{dt}\right)^2 \sum_{k=1}^{n} m_k. \tag{54}$$

Потенциальная энергия системы зависит от обобщенных координат q_i и, согласно (12) и (13), имеет значение:

$$\Pi = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\beta_i \omega_i^2 q_i^2. \tag{55}$$

Диссипативная функция R, согласно (46) и (47), равна:

$$R = \sum_{i=1}^{n}\beta_i h \dot{q}_i^2. \tag{56}$$

Подставляя значения T, Π и R в уравнение Лагранжа (15) и производя дифференцирование, получим для k-го направления q_k линейное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2 q_k}{dt^2} + 2h\frac{dq_k}{dt} + \omega_k^2 q_k = \frac{\delta_k}{\beta_k}\frac{d^2 u}{dt^2}. \tag{57}$$

В правой части этого уравнения стоит вторая производная от смещения основания (ускорение колебания почвы), являющаяся функцией времени. Она имеет постоянный коэффициент, не зависящий от особенностей движения основания, который, согласно (9) и (53), равен:

$$\vartheta_k = \frac{\delta_k}{\beta_k} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i X_{ki}}{\sum_{i=1}^{n} m_i X_{ki}^2}. \tag{58}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Движение системы описывается n независимыми уравнениями типа (57) для всех значений $k = 1, 2, \ldots, n$. Сделаем для упрощения преобразование обобщенных координат:

$$q_k = \vartheta_k z_k. \tag{59}$$

Тогда дифференциальное уравнение (57) будет иметь вид:

$$\frac{d^2 z_k}{dt^2} + 2h\frac{dz_k}{dt} + \omega_k^2 z_k = \frac{d^2 u}{dt^2}. \tag{60}$$

Решение этого уравнения при заданных начальных смещении C и фазе φ имеет вид:

$$z_k = Ce^{-ht}\cos(p_k t - \varphi) + \frac{1}{p_k}\int_0^{\xi} e^{h(t-\xi)}\frac{d^2 u}{dt^2}\sin p_k(\xi - t)\,dt. \tag{61}$$

Здесь $p_k = \sqrt{\omega_k^2 - h^2}$. Переход от z_k к смещению точек сооружения y_s можно выполнить посредством линейных преобразований (4), учитывая при этом (59):

$$y_s = \sum_{k=1}^{n} X_{ks}\vartheta_k z_k. \tag{62}$$

Рассматривая, например, основной тон колебания, получим величины смещений для всех точек:

$$\begin{aligned} y_1 &= X_{11}\vartheta_1 z_1, \\ y_2 &= X_{21}\vartheta_1 z_1, \\ &\cdots\cdots\cdots \\ y_n &= X_{n1}\vartheta_1 z_1. \end{aligned} \tag{63}$$

Вынужденные колебания зависят от формы упругой линии X_{i1} при колебании рассматриваемого тона, в данном случае первого. Необходимо напомнить, что выражение для X_{ik} нормировано таким образом, что оно имеет единичную ординату в верхней точке n при $x = h$, т. е. $X_{nk} = 1$. Коэффициент ϑ_1, согласно (58), постоянен для всех точек системы при рассмотрении колебания определенного тона и различается для разных тонов колебания.

5. О СПЕКТРАХ ДЕЙСТВИЯ

Величина z представляет смещение маятника, имеющего частоту ω и коэффициент затухания h, основание которого движется по закону $u = u(t)$. В согласии с (61), величина z является функцией времени. Максимальному значению z будут соответствовать максимальные значения y. Для оценки сейсмостойкости сооружения представляет интерес знать наибольшие значения деформаций, поэтому в решении (61) можно ограничиться определением лишь максимального значения z_k. При заданном движении

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

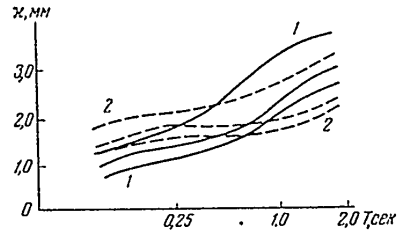
основания эта величина будет зависеть от частоты ω и коэффициента затухания h.

Пользуясь не частотами ω, а периодами собственных колебаний маятников T и вводя вместо коэффициента затухания h более устойчивую характеристику затухания — его логарифмический декремент $\lambda = hT$, поставим задачу об определении максимального значения z_h в функции T и λ при заданном законе движения основания $u = u(t)$:

$$z = z(T, \lambda). \tag{64}$$

Следовательно, величины смещений маятников характеризуют сейсмическое воздействие на рассматриваемые колеблющиеся системы и определяют их вынужденные движения.

Допустим, что для двух функций $u_1 = u_1(t)$ и $u_2 = u_2(t)$, определяющих движение основания для двух разных точек на поверхности Земли при одном землетрясении или двух разных землетрясениях, найдем величины смещений $z_1 = z_1(T, \lambda)$ и $z_2 = z_2(T, \lambda)$. Примерные графики таких смещений показаны на фиг. 3.



Фиг. 3. Спектры действия z для двух точек на поверхности Земли.

1 — спектр $z_1 = z_1(T, \lambda)$; 2 — спектр $z_2 = z_2(T, \lambda)$.

Возникает вопрос, каким образом сопоставить эти графики между собою. Такое сопоставление особенно необходимо, если графиков не два, а множество. Выявление общих закономерностей для функций $z = z(T, \lambda)$, а также их особенностей, необходимо потому, что задачей является оценка действия на проектируемые сооружения возможных в будущем землетрясений, на основании анализа сейсмических колебаний происходивших ранее землетрясений.

В качестве характеристики смещений $z_1 = z_1(T, \lambda)$ и $z_2 = z_2(T, \lambda)$, определяющих интенсивность сейсмических воздействий на сооружения, можно взять два основных фактора. Первый фактор характеризует силу землетрясения. Допустим, что кривые z_2 отличаются от кривых z_1 только постоянным множителем k:

$$z_2(T, \lambda) = kz_1(T, \lambda). \tag{65}$$

При этом можно утверждать, что сейсмическое колебание $u_2 = u_2(t)$ действует на сооружения в k раз сильнее, чем сейсмическое колебание $u_1 = u_1(t)$.

Второй фактор характеризует спектральные особенности сейсмических колебаний. Например, в случае, если кривые z_2 сближены на некотором участке T_0 с кривыми z_1, а для других значений T они расходятся, то можно утверждать, что одно землетрясение имеет относительно высокие

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

длиннопериодные компоненты, а другое — относительно высокие короткопериодные компоненты.

Чтобы в кривых $\varkappa_1 = \varkappa_1(T, \lambda)$ и $\varkappa_2 = \varkappa_2(T, \lambda)$ выделить оба указанных фактора, их следует представить в параметрической форме:

$$\begin{aligned} \varkappa_1 &= x_{01}\,\varphi_1(T, \lambda), \\ \varkappa_2 &= x_{02}\,\varphi_2(T, \lambda). \end{aligned} \tag{66}$$

Здесь x_{01} и x_{02} представляют значения $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$ при некоторых фиксированных значениях T_0 и λ_0:

$$\begin{aligned} x_{01} &= \varkappa_1(T_0, \lambda_0), \\ x_{02} &= \varkappa_2(T_0, \lambda_0). \end{aligned} \tag{67}$$

В соответствии с этим функции φ_1 и φ_2 будут выражать отношения смещения $\varkappa$ при любом значении T и λ к смещению $\varkappa$ при значении T и λ, равных некоторым фиксированным значениям T_0 и λ_0, т. е. явятся безразмерными коэффициентами:

$$\begin{aligned} \varphi_1(T, \lambda) &= \frac{\varkappa_1(T, \lambda)}{\varkappa_1(T_0, \lambda_0)}, \\ \varphi_2(T, \lambda) &= \frac{\varkappa_2(T, \lambda)}{\varkappa_2(T_0, \lambda_0)}. \end{aligned} \tag{68}$$

В этом представлении x_0 будет характеризовать силу землетрясения, а φ — его спектральные особенности. При этом возникает вопрос о фиксации значений T_0 и λ_0.

Сила землетрясения ранее оценивалась его разрушительным эффектом и определялась в баллах. Применительно к такой оценке составлены карты сейсмического районирования, которые представляют собой прогноз возможного для данного пункта землетрясения наибольшей силы, выраженной в баллах. Не затрагивая здесь вопроса о предстоящих усовершенствованиях принципов сейсмического районирования, можно утверждать, что еще немалое время будут иметь практическое применение карты, подобные существующим.

Разрушительный эффект землетрясения характеризуется степенью повреждения наиболее распространенных типов зданий. К ним относятся одно-, двух- и трехэтажные здания, жилые и гражданские. Такие сооружения, как башни, трубы, мачты, встречаются в единичных случаях. Поэтому следует принять такие значения T_0 и λ_0, которые соответствуют зданиям, имеющим массовое распространение. При этом величина x_0 будет характеризовать разрушительную силу землетрясения для зданий такого типа. Если считать, что для таких зданий главными являются колебания основного тона, то можно принять $T_0 = 0{,}25$ сек. и $\lambda_0 = 0{,}50$.

При оценке сейсмических воздействий на сооружения фактор силы землетрясения характеризуется величиной x_0, представляющей смещение маятника с периодом $T = 0{,}25$ сек. и логарифмическим декрементом затухания $\lambda = 0{,}50$.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Факторы затухания n и частот колебаний k определяются вещественной и мнимой частью корней (27) характеристического уравнения. Из восьми постоянных B и C только четыре являются произвольными. Постоянные B_{21} и C_{21} определяются через B_{11} и C_{11} подобно тому, как постоянная A_2 определяется через A_1 из (25):

$$B_{21} = \frac{1}{b_{12}}\left(\beta_1 n + \frac{\gamma_1 n_1}{n_1^2 + k_1^2} - b_1\right) B_{11} - \frac{1}{b_{12}}\left(\beta_1 k_1 - \frac{\gamma_1 k_1}{n_1^2 + k_1^2}\right) C_{11},$$
$$C_{21} = \frac{1}{b_{12}}\left(\beta_1 k_1 - \frac{\gamma_1 k_1}{n_1^2 + k_1^2}\right) B_{11} - \frac{1}{b_{12}}\left(\beta_1 n_1 + \frac{\gamma_1 n_1}{n_1^2 + k_1^2} - b_1\right) C_{11}. \qquad (31)$$

Выражение для определения B_{12} и C_{12} через B_{22} и C_{22} имеет такую же форму с соответствующей заменой индексов. Движение по координате q_1 представляет, согласно (29) и (30), наложение двух затухающих колебаний.

Составляющие колебаний q_{11} и q_{21} имеют одинаковую частоту; однако, они отличаются не только амплитудой, но и сдвинуты по фазе. Таким образом, когда диссипативная функция R не приводится к сумме квадратов, колебания системы с частотой k_i совершаются в каждой точке со сдвигом фазы, т. е. координат q_i имеют нулевые значения в разные моменты времени для разных точек. Отметим, что в системе без затухания для всех точек система координат q_i достигает нулевого значения одновременно.

В действительности при колебании сооружения силы затухания малы по сравнению с упругими силами. Поэтому представляет интерес рассмотреть случай, при котором можно пренебречь квадратами и произведениями коэффициентов b_1, b_2 и b_{12}. Если бы в системе отсутствовало затухание, то квадраты частот главных колебаний согласно (13) были бы равны:

$$k_1^2 = \frac{\gamma_1}{\beta_1}, \quad k_2^2 = \frac{\gamma_2}{\beta_2}. \qquad (32)$$

Следовательно, корни характеристического уравнения равны:

$$r_1 = i\sqrt{\frac{\gamma_1}{\beta_1}}, \quad r_2 = i\sqrt{\frac{\gamma_2}{\beta_2}}. \qquad (33)$$

Наличие сопротивлений изменяет значения корней на некоторые величины η_1 и η_2, которые на основании (27) имеют порядок малости, одинаковый с коэффициентами b:

$$r_1 = i\sqrt{\frac{\gamma_1}{\beta_1}} + \eta_1,$$
$$r_1^2 = -\frac{\gamma_1}{\beta_1} + 2i\eta_1\sqrt{\frac{\gamma_1}{\beta_1}}. \qquad (34)$$

В характеристическом уравнении (26) отбросим малые второго порядка, имеющие множители $b_1 b_2$ и b_{12}^2, и преобразуем его к следующему виду:

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$(\beta_1 r^2 + \gamma_1)(\beta_2 r^2 + \gamma_2) + r[(\beta_1 b_2 + \beta_2 b_1) r^2 + (\beta_1 b_2 + \beta_2 b_1)] = 0. \qquad (35)$$

Подставляя в это уравнение значения r_1 и r_1^2 из (34) и пренебрегая малыми величинами порядка выше первого, получим:

$$\eta_1 = -\frac{b_1}{2\beta_1}. \qquad (36)$$

Следовательно, при малом затухании поправка η_1 к корню характеристического уравнения является вещественной и поэтому не изменяет частоты колебания, определяемой через мнимую часть. Вместе с этим выражение (36) дает значение вещественной части в комплексных выражениях корней (27). Таким образом, при малом затухании частота колебания может определиться из рассмотрения движения системы без учета затухания. При этом, согласно (27), (34) и (36), коэффициент затухания n_1 и частота k_1 определяются следующими выражениями:

$$k_1 = \sqrt{\frac{\gamma_1}{\beta_1}},$$
$$n_1 = \frac{b_1}{2\beta_1}. \qquad (37)$$

Перейдем к рассмотрению амплитуд колебания для случая малого затухания. Для этого, подставив значения k_1 и n_1 из (37) в (31), сделав алгебраические преобразования и отбросив члены второго порядка малости, получим:

$$B_{21} = -\frac{b_1^2}{4b_{12}\sqrt{\beta_1\gamma_1}} C_{11},$$
$$C_{21} = \frac{b_1^2}{4b_{12}\sqrt{\beta_1\gamma_1}} B_{11}. \qquad (38)$$

Выражения для обобщенных координат q_{11} и q_{21} после подстановки (29) в (38) принимают вид:

$$q_{11} = e^{-n_1 t}(B_{11}\cos k_1 t + C_{11}\sin k_1 t),$$
$$q_{21} = \frac{b_1^2}{4b_{12}\sqrt{\beta_1\gamma_1}} e^{-n_1 t}(B_{11}\sin k_1 t - C_{11}\cos k_1 t). \qquad (39)$$

Вводя фазовый угол $\alpha = \operatorname{arc\,tg}\frac{B_{11}}{C_{11}}$ и амплитуду $E = \sqrt{B_{11}^2 + C_{11}^2}$, получим частные решения движения системы в виде:

$$q_{11} = E_1 e^{-n_1 t}\sin(k_1 t + \alpha_1),$$
$$q_{21} = \frac{b_1^2}{4b_{12}\sqrt{\beta_1\gamma_1}} E_1 e^{-n_1 t}\sin\left(k_1 t + \alpha_1 - \frac{\pi}{2}\right),$$
$$q_{12} = \frac{b_2^2}{4b_{12}\sqrt{\beta_2\gamma_2}} E_2 e^{-n_2 t}\sin\left(k_2 t + \alpha_2 - \frac{\pi}{2}\right),$$
$$q_{22} = E_2 e^{-n_2 t}\sin(k_2 t + \alpha_2). \qquad (40)$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Здесь значения для координат q_{12} и q_{22} записаны, по аналогии с q_{11} и q_{21}, с соответствующей перестановкой индексов.

Складывая частные решения, получим общий интеграл уравнений колебаний системы с двумя степенями свободы (23) для случая малого затухания в следующей форме:

$$q_1 = E_1 e^{-n_1 t} \sin(k_1 t + \alpha_1) + \mu_2 E_2 e^{-n_2 t} \sin\left(k_2 t + \alpha_2 - \frac{\pi}{2}\right),$$
$$q_2 = \mu_1 E_1 e^{-n_1 t} \sin\left(k_1 t + \alpha_1 - \frac{\pi}{2}\right) + E_2 e^{-n_2 t} \sin(k_2 t + \alpha_2). \quad (41)$$

Здесь частоты k и коэффициенты затухания n имеют значения согласно (37). Как видно из (41), движение по каждой из обобщенных координат представляет наложение двух затухающих синусоидальных колебаний, имеющих частоты, соответствующие частотам главных колебаний в системе без затухания. Перейдем к оценке коэффициентов μ:

$$\mu_1 = \frac{b_1^2}{4 b_{12} \sqrt{\beta_1 \gamma_1}}. \quad (42)$$

Заменим здесь β_1 и γ_1, согласно (37), на k_1, n_1 и b_1. Учитывая, кроме того, что $\frac{n_1}{k_1} = \frac{\lambda}{2\pi}$, где λ есть логарифмический декремент затухания колебания, получим

$$\mu_1 = \frac{b_1 \lambda}{b_{12} \cdot 4\pi}. \quad (43)$$

Для определения численного значения μ будем считать, что $\lambda = 0{,}50$ и что $b \approx b_{12}$. При этом получим

$$\mu \approx 0{,}04. \quad (44)$$

Таким образом, при малом затухании колебание по каждой главной координате q_i будет представлять суперпозицию двух гармонических колебаний. Например, на колебание первого тона с начальной амплитудой E_1 накладывается колебание с амплитудой $\mu_2 E_2$.

В случае вынужденных колебаний при нестационарном законе изменения возмущающей силы амплитуды основных колебаний E сильно уменьшаются с увеличением частоты, т. е. $E_1 > E_2$. Поэтому искажение колебаний по главному направлению будет незначительное, так как $E_1 \gg \mu_2 E_2$. Следовательно, изменения координаты q_1 можно рассматривать только по основному тону. Первое из уравнений (41) принимает вид:

$$q_1 = E_1 e^{-n_1 t} \sin(k_1 t + \alpha_1). \quad (45)$$

По второму главному направлению q_2 искажающее влияние колебаний с частотой k_1 по отношению к основным колебаниям с частотой k_2 может быть более существенным и зависит от того, насколько E_1 больше, чем E_2. Если обратиться к системам с большим числом степеней свободы, то для колебаний по третьему и четвертому направлениям эти искажения

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

будут сказываться еще значительнее.

Таким образом, при рассмотрении колебаний системы с многими степенями свободы, обладающей затуханием, колебание основного и, с некоторым приближением, второго тона может быть оценено как независимое. Имея в виду в дальнейшем такое ограничение, будем приближенно считать, что диссипативная функция R приводится к сумме квадратов:

$$R = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} b_i \dot{q}_i^2. \tag{46}$$

При этом R является линейной функцией T, т. е. коэффициенты b_i пропорциональны инерционным коэффициентам β_i. Это значит, что коэффициент затухания n_1 из (37) остается постоянным для всех тонов. Обозначая его через h, получим, что

$$b_i = 2h\beta_i. \tag{47}$$

4. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМЫ С ЗАТУХАНИЕМ

Рассмотрев основные соотношения для собственных колебаний, перейдем к исследованию колебаний системы для случая, когда ее основание совершает поляризованное движение по закону:

$$u = u(t). \tag{48}$$

Здесь смещение u может быть любой функцией времени.

Пусть отклонение любой k-й точки системы относительно основания равно $y_k(t)$. Составим дифференциальное уравнение Лагранжа (15). Для этого необходимо иметь значения кинетической энергии T, потенциальной энергии П и функции рассеивания R.

Кинетическая энергия системы в прямоугольных координатах равна

$$T = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} m_k\left[\frac{d(y_k+u)}{dt}\right]^2 = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} m_k\left(\frac{dy_k}{dt}\right)^2 + \\ + \frac{du}{dt}\sum_{k=1}^{n} m_k\frac{dy_k}{dt} + \frac{1}{2}\left(\frac{du}{dt}\right)^2\sum_{k=1}^{n} m_k. \tag{49}$$

Перейдем от прямоугольных координат к главным обобщенным координатам в соответствии с линейным преобразованием (4):

$$T = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} m_k\left(\sum_{i=1}^{n} X_{ki}\frac{dq_i}{dt}\right)^2 + \frac{du}{dt}\sum_{k=1}^{n} m_k\sum_{i=1}^{n} X_{ki}\frac{dq_i}{dt} + \frac{1}{2}\left(\frac{du}{dt}\right)^2\sum_{k=1}^{n} m_k. \tag{50}$$

Первый член этого выражения преобразуем в соответствии с (9). В силу основного свойства главных координат члены, содержащие произведения обобщенных скоростей, обратятся в ноль и сохранятся лишь квадраты обобщенных скоростей. Первый член выражения (50) соответствует (7), поэтому с учетом (8) и (9) он будет равен:

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} m_k \left(\sum_{i=1}^{n} X_{ki}\frac{dq_i}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\beta_i \dot{q}_i^2. \tag{51}$$

Для преобразования второго члена изменим порядок суммирования и введем коэффициент δ_i:

$$\frac{du}{dt}\sum_{k=1}^{n} m_k \sum_{i=1}^{n} X_{ki}\frac{dq_i}{dt} = \frac{du}{dt}\sum_{i=1}^{n}\delta_i \dot{q}_i. \tag{52}$$

Здесь коэффициент δ_i, зависящий от масс m_k и функций X_{ki}, т. е. только от особенностей колеблющейся системы, равен:

$$\delta_i = \sum_{k=1}^{n} m_k X_{ki}. \tag{53}$$

Выражение для кинетической энергии (50) с учетом (51) и (52) получает вид:

$$T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\beta_i \dot{q}_i^2 + \frac{du}{dt}\sum_{i=1}^{n}\delta_i q_i + \frac{1}{2}\left(\frac{du}{dt}\right)^2 \sum_{k=1}^{n} m_k. \tag{54}$$

Потенциальная энергия системы зависит от обобщенных координат q_i и, согласно (12) и (13), имеет значение:

$$\Pi = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\beta_i \omega_i^2 q_i^2. \tag{55}$$

Диссипативная функция R, согласно (46) и (47), равна:

$$R = \sum_{i=1}^{n}\beta_i h \dot{q}_i^2. \tag{56}$$

Подставляя значения T, Π и R в уравнение Лагранжа (15) и производя дифференцирование, получим для k-го направления q_k линейное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2 q_k}{dt^2} + 2h\frac{dq_k}{dt} + \omega_k^2 q_k = \frac{\delta_k}{\beta_k}\frac{d^2 u}{dt^2}. \tag{57}$$

В правой части этого уравнения стоит вторая производная от смещения основания (ускорение колебания почвы), являющаяся функцией времени. Она имеет постоянный коэффициент, не зависящий от особенностей движения основания, который, согласно (9) и (53), равен:

$$\vartheta_k = \frac{\delta_k}{\beta_k} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i X_{ki}}{\sum_{i=1}^{n} m_i X_{ki}^2}. \tag{58}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Движение системы описывается n независимыми уравнениями типа (57) для всех значений $k = 1, 2, \ldots, n$. Сделаем для упрощения преобразование обобщенных координат:

$$q_k = \vartheta_k z_k. \tag{59}$$

Тогда дифференциальное уравнение (57) будет иметь вид:

$$\frac{d^2 z_k}{dt^2} + 2h\frac{dz_k}{dt} + \omega_k^2 z_k = \frac{d^2 u}{dt^2}. \tag{60}$$

Решение этого уравнения при заданных начальных смещении C и фазе φ имеет вид:

$$z_k = Ce^{-ht}\cos(p_k t - \varphi) + \frac{1}{p_k}\int_0^{\xi} e^{h(t-\xi)}\frac{d^2 u}{dt^2}\sin p_k(\xi - t)\,dt. \tag{61}$$

Здесь $p_k = \sqrt{\omega_k^2 - h^2}$. Переход от z_k к смещению точек сооружения y_s можно выполнить посредством линейных преобразований (4), учитывая при этом (59):

$$y_s = \sum_{k=1}^{n} X_{ks}\vartheta_k z_k. \tag{62}$$

Рассматривая, например, основной тон колебания, получим величины смещений для всех точек:

$$\begin{aligned} y_1 &= X_{11}\vartheta_1 z_1, \\ y_2 &= X_{21}\vartheta_1 z_1, \\ &\cdots\cdots\cdots \\ y_n &= X_{n1}\vartheta_1 z_1. \end{aligned} \tag{63}$$

Вынужденные колебания зависят от формы упругой линии X_{i1} при колебании рассматриваемого тона, в данном случае первого. Необходимо напомнить, что выражение для X_{ik} нормировано таким образом, что оно имеет единичную ординату в верхней точке n при $x = h$, т. е. $X_{nk} = 1$. Коэффициент ϑ_1, согласно (58), постоянен для всех точек системы при рассмотрении колебания определенного тона и различается для разных тонов колебания.

5. О СПЕКТРАХ ДЕЙСТВИЯ

Величина z представляет смещение маятника, имеющего частоту ω и коэффициент затухания h, основание которого движется по закону $u = u(t)$. В согласии с (61), величина z является функцией времени. Максимальному значению z будут соответствовать максимальные значения y. Для оценки сейсмостойкости сооружения представляет интерес знать наибольшие значения деформаций, поэтому в решении (61) можно ограничиться определением лишь максимального значения z_k. При заданном движении

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

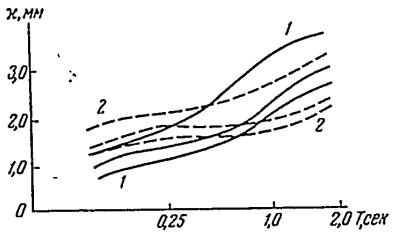
основания эта величина будет зависеть от частоты ω и коэффициента затухания h.

Пользуясь не частотами ω, а периодами собственных колебаний маятников T и вводя вместо коэффициента затухания h более устойчивую характеристику затухания — его логарифмический декремент $\lambda = hT$, поставим задачу об определении максимального значения $\varkappa_h$ в функции T и λ при заданном законе движения основания $u = u(t)$:

$$\varkappa = \varkappa(T, \lambda). \tag{64}$$

Следовательно, величины смещений маятников характеризуют сейсмическое воздействие на рассматриваемые колеблющиеся системы и определяют их вынужденные движения.

Допустим, что для двух функций $u_1 = u_1(t)$ и $u_2 = u_2(t)$, определяющих движение основания для двух разных точек на поверхности Земли при одном землетрясении или двух разных землетрясениях, найдем величины смещений $\varkappa_1 = \varkappa_1(T, \lambda)$ и $\varkappa_2 = \varkappa_2(T, \lambda)$. Примерные графики таких смещений показаны на фиг. 3.



Фиг. 3. Спектры действия $\varkappa$ для двух точек на поверхности Земли.

1 — спектр $\varkappa_1 = \varkappa_1(T, \lambda)$; *2* — спектр $\varkappa_2 = \varkappa_2(T, \lambda)$.

Возникает вопрос, каким образом сопоставить эти графики между собою. Такое сопоставление особенно необходимо, если графиков не два, а множество. Выявление общих закономерностей для функций $\varkappa = \varkappa(T, \lambda)$, а также их особенностей, необходимо потому, что задачей является оценка действия на проектируемые сооружения возможных в будущем землетрясений, на основании анализа сейсмических колебаний происходивших ранее землетрясений.

В качестве характеристики смещений $\varkappa_1 = \varkappa_1(T, \lambda)$ и $\varkappa_2 = \varkappa_2(T, \lambda)$, определяющих интенсивность сейсмических воздействий на сооружения, можно взять два основных фактора. Первый фактор характеризует силу землетрясения. Допустим, что кривые $\varkappa_2$ отличаются от кривых $\varkappa_1$ только постоянным множителем k:

$$\varkappa_2(T, \lambda) = k\varkappa_1(T, \lambda). \tag{65}$$

При этом можно утверждать, что сейсмическое колебание $u_2 = u_2(t)$ действует на сооружения в k раз сильнее, чем сейсмическое колебание $u_1 = u_1(t)$.

Второй фактор характеризует спектральные особенности сейсмических колебаний. Например, в случае, если кривые $\varkappa_2$ сближены на некотором участке T_0 с кривыми $\varkappa_1$, а для других значений T они расходятся, то можно утверждать, что одно землетрясение имеет относительно высокие

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

длиннопериодные компоненты, а другое — относительно высокие короткопериодные компоненты.

Чтобы в кривых $\varkappa_1 = \varkappa_1(T, \lambda)$ и $\varkappa_2 = \varkappa_2(T, \lambda)$ выделить оба указанных фактора, их следует представить в параметрической форме:

$$\begin{aligned} \varkappa_1 &= x_{01}\,\varphi_1(T, \lambda), \\ \varkappa_2 &= x_{02}\,\varphi_2(T, \lambda). \end{aligned} \tag{66}$$

Здесь x_{01} и x_{02} представляют значения $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$ при некоторых фиксированных значениях T_0 и λ_0:

$$\begin{aligned} x_{01} &= \varkappa_1(T_0, \lambda_0), \\ x_{02} &= \varkappa_2(T_0, \lambda_0). \end{aligned} \tag{67}$$

В соответствии с этим функции φ_1 и φ_2 будут выражать отношения смещения $\varkappa$ при любом значении T и λ к смещению $\varkappa$ при значении T и λ, равных некоторым фиксированным значениям T_0 и λ_0, т. е. явятся безразмерными коэффициентами:

$$\begin{aligned} \varphi_1(T, \lambda) &= \frac{\varkappa_1(T, \lambda)}{\varkappa_1(T_0, \lambda_0)}, \\ \varphi_2(T, \lambda) &= \frac{\varkappa_2(T, \lambda)}{\varkappa_2(T_0, \lambda_0)}. \end{aligned} \tag{68}$$

В этом представлении x_0 будет характеризовать силу землетрясения, а φ — его спектральные особенности. При этом возникает вопрос о фиксации значений T_0 и λ_0.

Сила землетрясения ранее оценивалась его разрушительным эффектом и определялась в баллах. Применительно к такой оценке составлены карты сейсмического районирования, которые представляют собой прогноз возможного для данного пункта землетрясения наибольшей силы, выраженной в баллах. Не затрагивая здесь вопроса о предстоящих усовершенствованиях принципов сейсмического районирования, можно утверждать, что еще немалое время будут иметь практическое применение карты, подобные существующим.

Разрушительный эффект землетрясения характеризуется степенью повреждения наиболее распространенных типов зданий. К ним относятся одно-, двух- и трехэтажные здания, жилые и гражданские. Такие сооружения, как башни, трубы, мачты, встречаются в единичных случаях. Поэтому следует принять такие значения T_0 и λ_0, которые соответствуют зданиям, имеющим массовое распространение. При этом величина x_0 будет характеризовать разрушительную силу землетрясения для зданий такого типа. Если считать, что для таких зданий главными являются колебания основного тона, то можно принять $T_0 = 0{,}25$ сек. и $\lambda_0 = 0{,}50$.

При оценке сейсмических воздействий на сооружения фактор силы землетрясения характеризуется величиной x_0, представляющей смещение маятника с периодом $T = 0{,}25$ сек. и логарифмическим декрементом затухания $\lambda = 0{,}50$.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Необходимо отметить, что фиксация количественных значений T_0 и λ_0 необходима для того, чтобы выразить функцию $\varkappa = \varkappa(T, \lambda)$ в параметрической форме, согласно (66), а не для того, чтобы заменить семейство кривых одной точкой в характеристике сейсмического воздействия землетрясения на сооружения. Поэтому выбор значений T_0 и λ_0 является свободным в ограниченных рамках собственных периодов и затуханий колебаний сооружений массового типа.

Фактор, характеризующий спектральные особенности сейсмических воздействий на сооружение, определяется функцией $\varphi(T, \lambda)$. Эта функция равна единице при $T = 0{,}25$ сек. и $\lambda = 0{,}50$. Спектральный состав сейсмических колебаний зависит от ряда причин. Здесь имеет значение механизм очага землетрясения, расстояние от гипоцентра, грунтовые условия и др. Наибольшее значение, повидимому, имеет расстояние от очага. В начальной стадии исследования не представляется возможным дифференцировать оценки $\varphi(T, \lambda)$, и поэтому целесообразно найти усредненные значения $\varphi(T, \lambda)$ для разных землетрясений, записанных на различных станциях при близких расстояниях от очага.

Методически удобнее заменить коэффициент $\varphi(T, \lambda)$ произведением двух коэффициентов, один из которых дает зависимость от периода $\psi(T)$, а другой — зависимость от затухания $\varepsilon(\lambda)$:

$$\varphi(T, \lambda) = \psi(T) \cdot \varepsilon(\lambda). \tag{69}$$

Условимся называть $\psi(T)$ спектральным коэффициентом, а $\varepsilon(\lambda)$ — коэффициентом демпфирования. Сейсмическое воздействие землетрясения на сооружения будет, исходя из этого, характеризоваться спектром действия:

$$\varkappa = x_0 \psi(T) \varepsilon(\lambda). \tag{70}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученное решение задачи о колебании вертикальной системы при горизонтальных сейсмических воздействиях дает приближенную оценку действия землетрясения на сооружение. Эта задача является одной из частных задач в общей проблеме сейсмических воздействий на сооружения.

Рассмотрение собственных колебаний сооружения без учета затухания необходимо для определения частот и форм колебания. При этом находится связь между горизонтальными смещениями сооружения y и обобщенными главными координатами q, описывающими независимые колебания по каждому току.

Для реальных сооружений, обладающих затуханием, колебания по каждому из тонов не являются независимыми. Связь через затухание оказывает искажающее влияние на форму и частоту колебания по каждому тону. Показано, что для основного тона искажение невелико, и поэтому практически колебание сооружения по основному тону можно считать независимым. При этом частота колебания и форма колебания могут определяться без учета затухания.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Вынужденное колебание сооружения по основному тону при движении основания подобно движению маятника, имеющего тот же период колебания T и тот же логарифмический декремент затухания λ. Показано, что соотношение между колебанием маятника и сооружения определяется постоянным (во времени) коэффициентом ϑ [формула (58)], зависящим только от особенностей сооружения. Переменная по высоте амплитуда колебания пропорциональна функциям X [формула (63)], определяющим форму собственных колебаний.

При нестационарных колебаниях грунта сейсмическое воздействие на сооружение определяется спектром действия. Ординаты спектра действия $\varkappa$ равны максимальным смещениям маятников, имеющих различные периоды собственных колебаний T и логарифмические декременты затухания λ:

$$\varkappa = x_0 \psi(T) \varepsilon(\lambda).$$

Величина x_0 характеризует силу землетрясения и представляет собою смещение маятника, имеющего период колебания $T = 0{,}25$ сек. и логарифмический декремент затухания $\lambda = 0{,}50$. Значения x_0, соответствующие землетрясениям различной силы, выраженной в баллах, даются в сейсмической шкале [6].

Коэффициенты $\psi(T)$ и $\varepsilon(\lambda)$ характеризуют спектральные особенности каждого землетрясения. На начальной стадии приходится ограничиваться усредненными значениями этих коэффициентов, которые могут быть рекомендованы для расчета сейсмостойких конструкций. Спектральный коэффициент $\psi(T)$ определяет зависимость $\varkappa$ от периода собственных колебаний T при постоянной характеристике затухания λ. Коэффициент демпфирования $\varepsilon(\lambda)$ оценивает изменение $\varkappa$ при отклонении затухания от принятого значения $\lambda = 0{,}50$, причем в небольшой степени ε зависит также от T.

Количественное определение величин $\psi(T)$ и $\varepsilon(\lambda)$ выходит за рамки данной статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Назаров. Докл. АН Арм. ССР, 18, № 3, 1954.
2. Н. Л. Корчинский. Расчет сооружений на сейсмические воздействия. Изд. лит. по стр. и архит., М., 1954.
3. M. A. Biot. Proc. Am. Soc. of Civ. Eng. Trans., № 108, 1943.
4. G. W. Housner, R. R. Martel a J. L. Alford. Bull. Seism. Soc. Am., 43, № 2, 1953.
5. Рэлей. Теория звука, т. I. Гостехиздат, 1940.
6. С. В. Медведев. Тр. Геофиз. ин-та АН СССР, № 21 (148), 1953.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ТРУДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА, № 36 (163)

С. В. МЕДВЕДЕВ

ЗАВИСИМОСТЬ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ ОТ ПЕРИОДОВ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СООРУЖЕНИЙ

В работе даются приемы определения спектров действия сейсмических колебаний на сооружения по записям сейсмических станций и приводятся найденные значения спектральных коэффициентов.

* * *

1. О СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Сейсмическое воздействие на сооружение, представляемое в виде вертикальной системы, определяется величиной упругого горизонтального смещения (прогиба) y_1 [1]:

$$y_i = X_i \vartheta \varkappa. \tag{1}$$

Здесь функция X_i определяет ординату формы колебания в точке i, ϑ — постоянный для рассматриваемого тона колебания коэффициент, зависящий от распределения масс и функции X, и $\varkappa$ — смещения маятника, имеющего период собственных колебаний T и логарифмический декремент затухания λ, равные соответственно этим же величинам рассматриваемого тона колебания системы. Величины X_i и ϑ зависят только от особенностей сооружения, а величина $\varkappa$ зависит только от особенностей колебаний грунта. При нестационарном законе колебания грунта их можно выразить через серию значений $\varkappa$, отвечающих различным значениям T и λ. Такое представление сейсмических колебаний в виде спектра величин $\varkappa$, характеризующих действие землетрясения на сооружения, будем называть спектром действия [1].

Спектр действия выражается через величину x_0, представляющую смещение маятника с фиксированным периодом $T = 0{,}25$ сек. и логарифмическим декрементом затухания $\lambda = 0{,}50$ и через два коэффициента — спектральный коэффициент ψ и коэффициент демпфирования ε:

$$\varkappa = x_0 \psi \varepsilon. \tag{2}$$

Величина x_0 выражает силу землетрясения в баллах посредством сейсмической шкалы [2], а коэффициенты ψ и ε — его спектральные особенности.

Для определения спектров действия можно использовать разные пути:

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

1. Неискаженная запись смещения, или скорости, или ускорения колебания грунта при землетрясении на магнитную пленку с последующим лабораторным анализом через магнитофон со специальной приставкой.

2. Неискаженная запись на фотопленку колебания грунта с последующим лабораторным определением спектра действия фотоэлектрическим методом.

3. Запись нескольких ординат спектров действия при помощи группы маятников, предложенная А. Г. Назаровым [3].

4. Вычисление спектров действия по записанным на сейсмических станциях сейсмограммам или акселлерограммам.

Первые три приема указывают пути организации в будущем измерений спектров действия для накопления новых сведений о землетрясениях. Четвертый способ имеет целью использовать существующие инструментальные данные для получения приближенных значений спектров действия. Этому и посвящена данная работа.

Дифференциальное уравнение движения точечного маятника при движении основания по закону $u = u(t)$ имеет вид:

$$\ddot{y} + 2h\dot{y} + p^2 y = \ddot{u}. \tag{3}$$

Как известно [4], решение этого уравнения может быть представлено в следующей форме:

$$y = e^{-ht}\left(y_0 \cos p_1 t + \frac{\dot{y}_0 + hy_0}{p_1} \sin p_1 t\right) + \frac{1}{p_1}\int_0^t e^{-h(t-\xi)}\,\ddot{u} \sin p_1 (t-\xi)\, d\xi. \tag{4}$$

Под знаком интеграла стоит вторая производная смещения основания $\ddot{u}$, т. е. ускорение. Ускорение колебания грунта при землетрясениях представляется в функции времени графически в виде акселерограммы. Методом почленного интегрирования можно преобразовать выражение (4), получая под интегралом скорость колебания $\dot{u}$ или смещение u, что будет выполнено ниже.

Функция $\ddot{u} = \ddot{u}(t)$ является нерегулярной функцией времени. Один из примеров записи ускорения показан на фиг. 1. Функция $\ddot{u}$ многократно меняет знак. Каждая последующая амплитуда $\ddot{u}_{k+1}$ отличается от предыдущей $\ddot{u}_k$. Интервалы времени $\tau_k/2$ между двумя последовательными нулевыми значениями $\ddot{u}$ не одинаковы. При этих условиях определение смещения маятника y связано с техническими трудностями.

2. МЕТОД ФАЗОВЫХ ПЛОСКОСТЕЙ

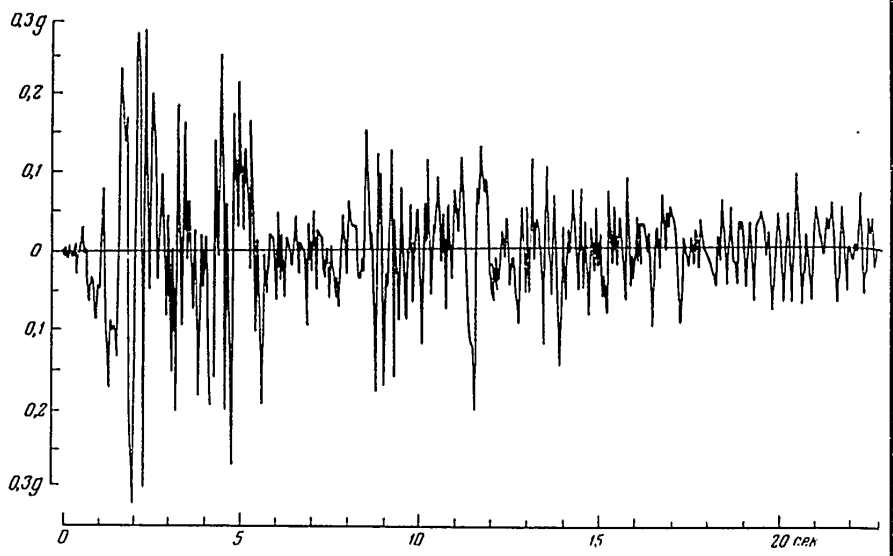
Решение (4) для смещения y складывается из собственных колебаний y_1 и вынужденных колебаний y_2:

$$y = y_1 + y_2. \tag{5}$$

Определение y предлагается производить графоаналитически одним из двух методов. Первый условно назван методом фазовых плоскостей, второй — методом векторных диаграмм.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5



Фиг. 1. Запись ускорения при землетрясении 18.V 1940 г. силою 8 баллов.

$$y_1 = e^{-ht}\left(y_0 \cos p_1 t + \frac{\dot{y}_0 + h y_0}{p_1} \sin p_1 t\right); \tag{6}$$

$$y_2 = \frac{1}{p_1}\int_0^t e^{-h(t-\xi)}\, \ddot{u} \sin p_1 (t-\xi)\, d\xi. \tag{7}$$

Здесь $p_1 = \sqrt{p^2 - h^2}$, y_0 и $\dot{y}_0$ — начальные смещение и скорость маятника. Начнем с рассмотрения собственных колебаний y_1. Преобразуем уравнение (6), вводя фазовый угол γ:

$$y_1 = Ce^{-ht} \cos (p_1 t - \gamma). \tag{8}$$

Входящие в это решение амплитуда C и фаза γ определяются следующими формулами:

$$C = \sqrt{y_0^2 + \left(\frac{\dot{y}_0 + h y_0}{p_1}\right)^2}, \tag{9}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\dot{y}_0 + h y_0}{p_1 y_0}. \tag{10}$$

Чтобы получить скорость собственных колебаний $\dot{y}_1$, возьмем производную по t от (8):

$$\dot{y}_1 = -Che^{-ht} \cos (p_1 t - \gamma) - Cp_1 e^{-ht} \sin (p_1 t - \gamma). \tag{11}$$

Удобнее пользоваться в дальнейшем понятием приведенной скорости, т. е. величиной $\frac{\dot{y}}{p}$. В выражении (11) введем второй фазовый угол ψ:

$$\frac{\dot{y}_1}{p} = -Ce^{-ht} \sin (p_1 t - \gamma + \psi). \tag{12}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

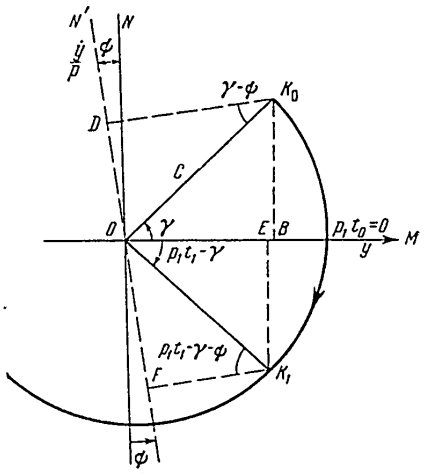
Фазовый угол ψ можно выразить через логарифмический декремент затухания λ:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{h}{p_1} = \frac{\lambda}{2\pi}. \qquad (13)$$

Аналитические выражения для смещения (8) и приведенной скорости (12) собственных колебаний маятника представим графически на фазовой плоскости.

Проведем на плоскости две оси OM и ON под углом $\pi/2$ (фиг. 2). Будем считать ось OM началом отсчета углов $p_1 t$, откладывая эти углы по часовой стрелке ($p_1 t_0 = 0$). Для изображения начальной скорости и смещения на плоскости MON построим угол γ от начальной оси OM в направлении против часовой стрелки и отложим под этим углом отрезок C. Полученная точка K_0 изображает начало затухающего колебания маятника. Проекция $\overline{OK_0}$ на начальную ось OM равна начальному смещению y_0. Действительно, при $t = 0$ из (8) следует:

$$y_0 = \overline{OB} = C\cos(-\gamma). \qquad (14)$$



Фиг. 2. Схема построений в фазовой плоскости $(y, \frac{\dot{y}}{p})$.

Для определения на плоскости приведенной скорости $\frac{\dot{y}}{p}$ проведем ось ON' под углом ψ к оси ON, откладывая ψ против часовой стрелки. Проекция $\overline{OK_0}$ на оси ON' равна приведенной начальной скорости движения маятника $\frac{\dot{y}_0}{p}$. Из построения на фиг. 2 и из уравнения (12) следует, что при $t = 0$ будет:

$$\frac{\dot{y}_0}{p} = \overline{OD} = -C\sin(-\gamma+\psi) = C\sin(\gamma-\psi). \qquad (15)$$

Чтобы изобразить на плоскости движение маятника в момент времени $t = t_1$, отложим под углом $p_1 t_1$, отсчитываемым от оси OK_0 по часовой стрелке, отрезок $\overline{OK_1} = Ce^{-ht}$. Отсчет угла $p_1 t_1$ производится не от нулевой оси $p_1 t_0$, а от оси OK_0, потому что угол $p_1 t_1$ в выражении (8) уменьшается на фазовый угол γ. Проекции отрезка $\overline{OK_1}$ на оси OM и ON' равны, как видно из фиг. 2, смещению и приведенной скорости маятника в момент времени t_1:

$$y_1 = \overline{OE} = Ce^{-ht}\cos(p_1 t_1 - \gamma),$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

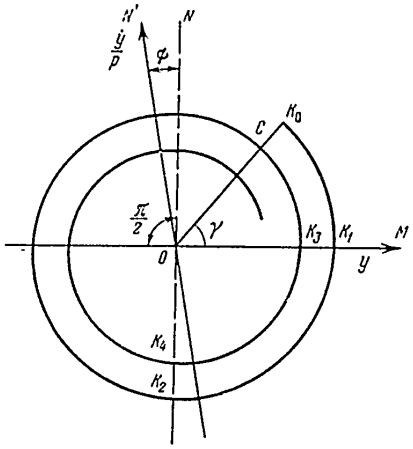
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$\frac{\dot{y}_1}{p} = \overline{OF} = -Ce^{-ht}\sin(p_1 t_1 - \gamma + \varphi). \tag{16}$$

Для других моментов времени точка K_1 строится аналогично точке K_1.

Плоскость MON' будем называть фазовой плоскостью; точку K — изображающей точкой; ось OM — осью y-в, или осью смещений; ось ON' — осью $\frac{\dot{y}}{p}$, или осью приведенных скоростей.

Если бы затухание было равно нулю ($h = 0$), то точка K двигалась бы по окружности и угол ψ был бы равен нулю. При $h > 0$, т. е. при затухающих собственных колебаниях маятника, изображающая точка K движется по спирали, так как отрезок $\overline{OK}$ будет уменьшаться по экспоненциальному закону пропорционально e^{-ht}. Шаг спирали на фиг. 3, равный $\overline{OK}_1 - \overline{OK}_3$ или $\overline{OK}_2 - \overline{OK}_4$, выражает уменьшение отрезка OK при увеличении угла $p_1 t$ на 2π:



Фиг. 3. Движение точки в фазовой плоскости.

$$y_1 - y_3 = \overline{OK}_1(1 - e^{-\lambda}),$$
$$y_2 - y_4 = \overline{OK}_2(1 - e^{-\lambda}). \tag{17}$$

Как видно из (17), шаг не является величиной постоянной и пропорционален мгновенному значению вектора $\overline{OK}$. Отношения $\overline{OK}_1$ к $\overline{OK}_3$ или $\overline{OK}_2$ к $\overline{OK}_4$ равны между собою при увеличении угла $p_1 t$ на 2π, т. е. при увеличении времени t на величину T, равную периоду собственных колебаний:

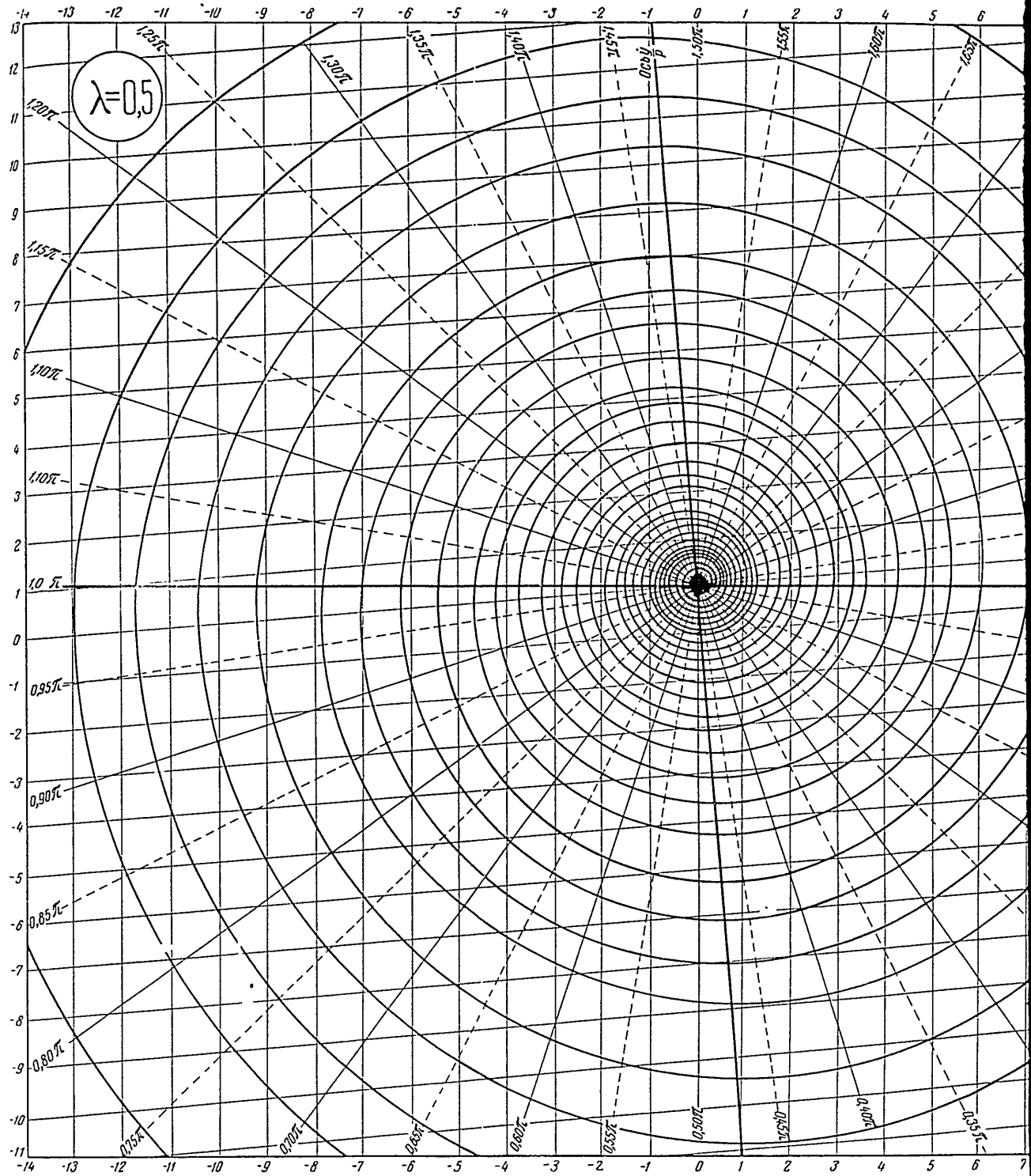
$$\frac{\overline{OK}_t}{\overline{OK}_{t+2\pi}} = \frac{Ce^{-ht}}{Ce^{-h(t+T)}} = e^{\lambda}. \tag{18}$$

Следовательно, спирали, по которым движется изображающая точка на фазовой плоскости, характеризуются только одной величиной — логарифмическим декрементом затухания колебания маятника λ. От этой же величины зависит угол ψ на фазовой плоскости согласно (13). Для всех маятников с различными собственными периодами колебания, но с одинаковыми декрементами затухания λ можно построить одну фазовую плоскость. На фиг. 4 приведена фазовая плоскость для маятников, имеющих $\lambda = 0{,}50$.

Смещения y и приведенные скорости $\frac{\dot{y}}{p}$ отсчитываются на фазовой плоскости в одном масштабе, причем этот масштаб может быть произвольным. Для удобства отсчета на фазовой плоскости проведена сетка, состоящая из линий нормальных к оси y и к оси $\dot{y}/p$. Техника построе-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

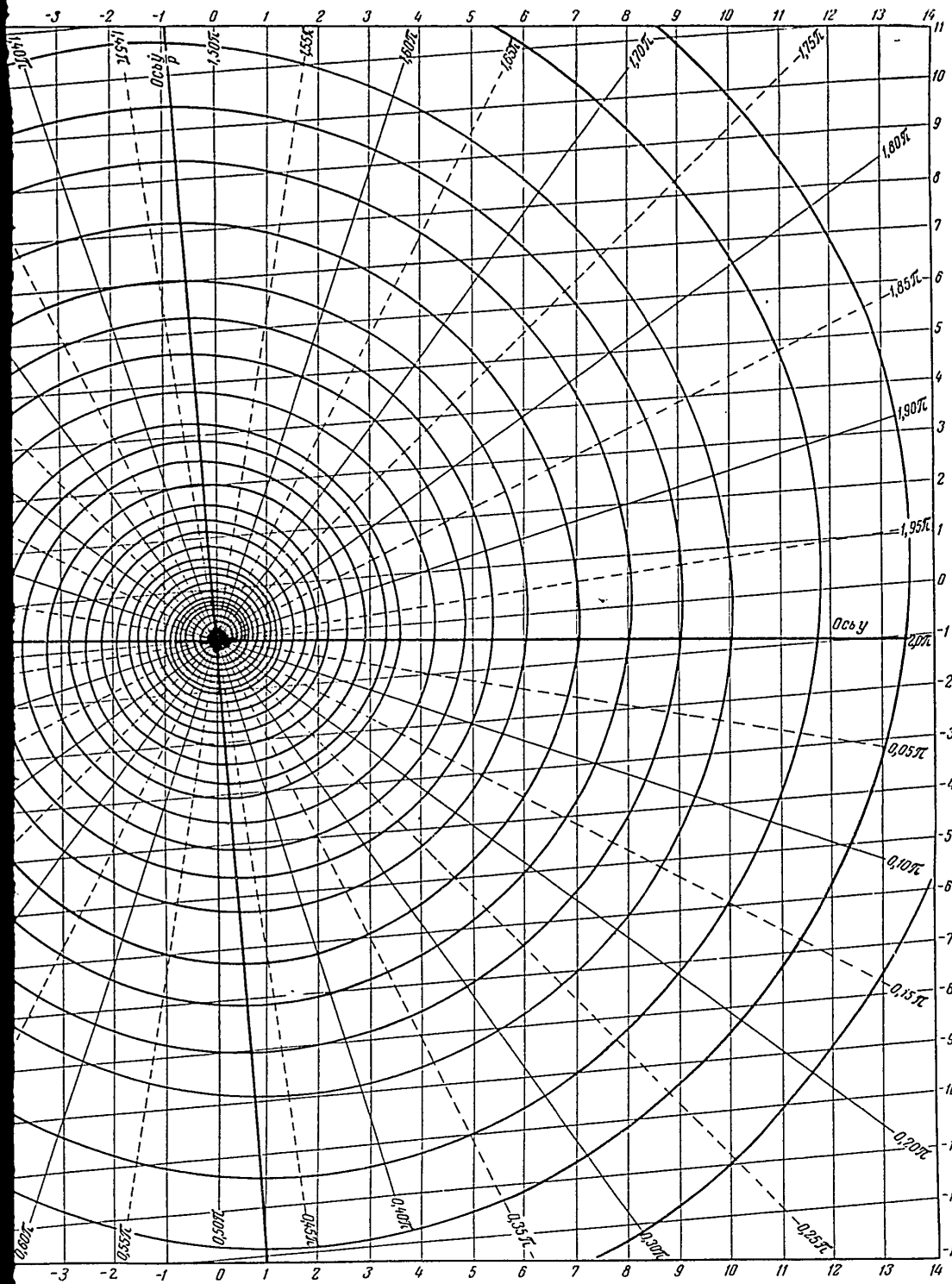
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5



Фиг. 4. Фазовая плоскость, на которой нанесены кривые, изображающие собственные колебания маятника с логарифм

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5



ображающие собственные колебания маятника с логарифмическим декрементом затухания $\lambda = 0{,}50$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

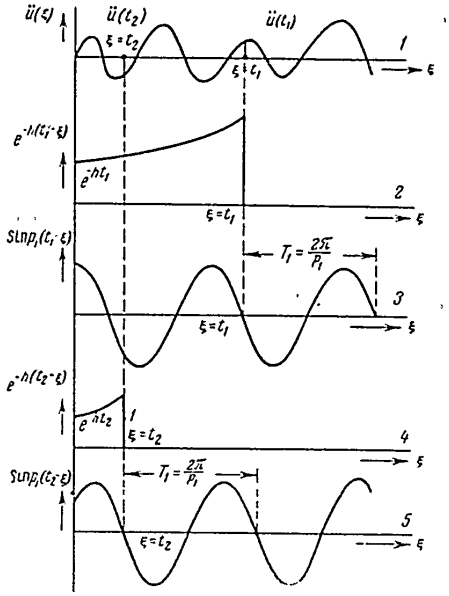
ния фазовой плоскости проста, и на ней останавливаться нет необходимости.

При помощи фазовой плоскости при заданных начальных условиях затухающего колебания маятника можно получать значения скорости и смещения при собственных колебаниях спустя любой отрезок времени t_k после начала движения.

Перейдем к рассмотрению вынужденных колебаний маятника:

$$y_2 = \frac{1}{p_1}\int_0^t e^{-h(t-\xi)}\,\ddot{u}\sin p_1(t-\xi)\,d\xi. \qquad (7)$$

Время t, для которого определяется значение y_2, входит в выражение (7), во-первых, как верхний предел интегрирования, а во-вторых, как параметр в подинтегральных функциях $e^{-h(t-\xi)}$ и $\sin p_1(t-\xi)$.



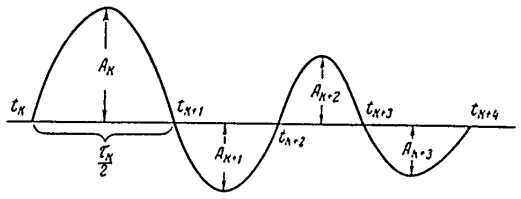
Фиг. 5. Графическое представление подинтегральных функций вынужденного колебания маятника.

Функции, стоящие под интегралом (7), представлены графически на фиг. 5. Пусть $\ddot{u} = \ddot{u}(\xi)$ является нерегулярной функцией времени, такой, как показано на фиг. 5, *1*. Графики функций $e^{-h(t-\xi)}$ и $\sin p_1(t-\xi)$ зависят от момента времени t, для которого определяется значение y_2. На фиг. 5 кривые *2* и *3* показаны для момента времени $t = t_1$, а кривые *4* и *5* — для $t = t_2$. В первом случае ξ изменяется от 0 до t_1, а во втором — от 0 до t_2. В первом случае для $\xi = t_1$ $e^{-h(t_1-\xi)} = 1$ и $\sin p_1(t_1-\xi) = 0$. Для момента времени t_1 под интегралом будут три функции, представленные кривыми *1*, *2* и *3* (фиг. 5); для момента времени t_2 подинтегральные функции представляются кривыми *1*, *4* и *5*. Следовательно, для численного решения интеграла (7) потребуется его вычисление для очень большого числа моментов времени t, что практически неосуществимо. Поэтому обратимся к такому приему. Решения задачи об определении колебаний маятника разделим на два этапа. На первом этапе будем определять значения скорости и смещения для моментов времени, соответствующих нулевым значениям $\ddot{u}$, т. е. после каждой полуволны. На втором этапе рассмотрим изменения y и $\frac{\dot{y}}{p}$ в пределах полуволны. Найденные вынужденные колебания будем складывать с собственными согласно (5). Конечные смещения и скорость для k-й полуволны являются одновременно начальными для $(k+1)$-й полуволны.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

В пределах каждой полуволны значение ускорения изменяется по некоторому закону. Так как функция находится под интегралом, ошибки в оценке закона изменения будут сглаживаться при интегрировании. Поэтому будем представлять акселлерограмму в виде ряда полусинусоид с разными амплитудами A_k и разными полупериодами $\tau_k/2$ (фиг. 6). Моменты времени, соответствующие нулевым значениям ускорения, обозначим последовательно через $t_0, t_1, \ldots, t_k, t_{k+1}, \ldots$



Фиг. 6. Расчетная схема акселлерограммы.

Для общности решения будем, во-первых, рассматривать интервал времени $\tau_k/2$ не от нуля до $\tau_k/2$, а от t_k до t_{k+1} и, во-вторых, переменную времени t пока не ограничивать и считать лишь, что $t \geqslant t_{k+1}$

$$t_{k+1} = t_k + \frac{\tau_k}{2}, \tag{19}$$

$$q_k = \frac{2\pi}{\tau_k}, \tag{20}$$

$$\ddot{u}(\xi) = A_k \sin q_k (\xi - t_k). \tag{21}$$

В соответствии с этим выражение (7) для вынужденных колебаний маятника примет вид:

$$y_2 = \frac{A_k}{p_1} \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-h(t-\xi)} \sin q_k (\xi - t_k) \sin p_1 (t - \xi)\, d\xi. \tag{22}$$

Для решения интеграла заменим произведение синусов на разность косинусов:

$$y_2 = \frac{A_k}{p_1} \left[\int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-h(t-\xi)} \cos [\xi (q_k - p_1) - p_1 t - q_k t_k] \right] d\xi -$$

$$- \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-h(t-\xi)} \cos [\xi (q_k - p_1) + p_1 \xi - q_k t_k]\, d\xi. \tag{23}$$

Каждый из этих интегралов можно взять непосредственно по известной формуле вида

$$\int_{t_1}^{t_2} e^{a\xi} \cos (b\xi + c)\, d\xi = \frac{e^{a\xi}}{a^2 + b^2} [b \sin (b\xi + c) + a \cos (b\xi + c)] \Big|_{\xi=t_1}^{\xi=t_2}. \tag{24}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Решая (23) согласно (24) и сделав некоторые элементарные преобразования, получим:

$$y_2 = \frac{A_k}{2p_1 e^{ht}}\left[\frac{e^{ht_{k+1}}}{h^2+(q_k+p_1)^2}\{(q_k+p_1)\sin[(q_k+p_1)t_{k+1}-p_1t-q_kt_k]+\right.$$
$$+h\cos[(q_k+p_1)t_{k+1}-p_1t-q_kt_k]\}-\frac{e^{ht_{k+1}}}{h^2+(q_k-p_1)^2}\times$$
$$\times\{(q_k-p_1)\sin[(q_k-p_1)t_{k+1}+p_1t-q_kt_k]+$$
$$+h\cos[(q_k-p_1)t_{k+1}+p_1t-q_kt_k]\}-\frac{e^{ht_k}}{h^2+(q_k+p_1)^2}\{(q_k+p_1)\sin[(q_k+p_1)\times$$
$$\times t_k-p_1t-q_kt_k]+h\cos[(q_k+p_1)t_k-p_1t-q_kt_k]\}+$$
$$+\frac{e^{ht_k}}{h^2+(q_k-p_1)^2}\{(q_k-p_1)\sin[(q_k-p_1)t_k+p_1t-q_kt_k]+$$
$$\left.+h\cos[(q_k-p_1)t_k+p_1t-q_kt_k)\}\right]. \qquad (25)$$

Для преобразования выражений, стоящих под знаками синуса и косинуса, используем (19). Нетрудно получить следующие выражения:

$$\begin{aligned}
&(q_k+p_1)t_{k+1}-p_1t-q_kt_k=\pi-p_1(t-t_{k+1}),\\
&(q_k-p_1)t_{k+1}+p_1t-q_kt_k=\pi+p_1(t-t_{k+1}),\\
&(q_k+p_1)t_k-p_1t-q_kt_k=-p_1(t-t_{k+1}),\\
&(q_k-p_1)t_k+p_1t-q_kt_k=p_1(t-t_{k+1}).
\end{aligned} \qquad (26)$$

Подставляя значения углов из (26) в (25) и сделав некоторые приведения и группировки, получим:

$$y_2=\frac{A_k e^{h(t_{k+1}-t)}q_k}{p_1[(h^2+q_k^2)^2-p_1^2)^2+4h^2p_1^2]}[(h^2+q_k^2-p_1^2)\sin p_1(t-t_{k+1})+$$
$$+2hp_1\cos p_1(t-t_{k+1})]+\frac{A_k e^{h(t_k-t)}q_k}{p_1[(h^2+q_k^2-p_1^2)^2+4h^2p_1^2]}\times$$
$$\times[(h^2+q_k^2-p_1^2)\sin p_1(t-t_k)+2hp_1\cos p_1(t-t_k)]. \qquad (27)$$

Введем фазовый угол φ_1:

$$\operatorname{tg}\varphi_1=-\frac{2hp_1}{h^2+q_k^2-p_1^2}. \qquad (28)$$

Примем обозначение:

$$M_k=\frac{A_k q_k e^{h\left(t_k+\frac{\tau_k}{4}-t\right)}}{p_1\sqrt{(h^2+q_k^2-p_1^2)^2+4h^2p_1^2}}. \qquad (29)$$

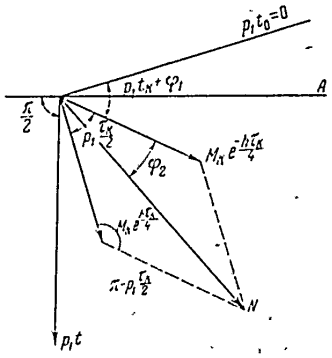
В соответствии с (28) и (29) выражение для смещения (27) принимает вид:

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$y_2 = M_k e^{\frac{h\tau_k}{4}} \sin\left[p_1 t - \left(p_1 t_k + \varphi_1 + p_1 \frac{\tau_k}{2}\right)\right] + \\ + M_k e^{-\frac{h\tau_k}{4}} \sin\left[p_1 t - (p_1 t_k + \varphi_1)\right]. \qquad (30)$$

Представим графически выражение (30) в полярной форме (фиг. 7). Угловой координатой служит $p_1 t$. Отложим от начальной оси ($p_1 t_0 = 0$)



Фиг. 7. Схема для вычисления значений N и φ_2.

под углом $p_1 t_k + \varphi_1$ вектор $M_k e^{-\frac{h\tau_k}{4}}$ и под углом $p_1 t_k + \varphi_1 + p_1 \frac{\tau_k}{2}$ — вектор $M_k e^{\frac{h\tau_k}{4}}$. Проведем ось $p_1 t$ и перпендикулярную ей ось OA. Из (30) следует, что величина y_2 представляет сумму проекций векторов $M_k e^{\frac{h\tau_k}{4}}$ и $M_k e^{-\frac{h\tau_k}{4}}$ на ось OA и равна проекции суммарного вектора $\overline{ON}$ на ту же ось:

$$y_2 = N \sin\left[p_1 t - (p_1 t_k + \varphi_1 + \varphi_2)\right]. \qquad (31)$$

Задачей является отыскание суммарного вектора N и второго фазового угла φ_2. По теореме косинусов получаем:

$$N^2 = M_k^2 e^{-\frac{h\tau_k}{2}} + M_k^2 e^{\frac{h\tau_k}{4}} - 2M_k^2 \cos\left(\pi - p_1 \frac{\tau_k}{2}\right). \qquad (32)$$

Отсюда легко можно получить значение N:

$$N = M_k \sqrt{2 \operatorname{ch} \frac{h\tau_k}{2} + 2 \cos \frac{p_1 \tau_k}{2}}. \qquad (33)$$

Для отыскания угла φ_2 воспользуемся теоремой синусов:

$$\frac{N}{\sin\left(\pi - \frac{p_1 \tau_k}{2}\right)} = \frac{M_k e^{\frac{h\tau_k}{4}}}{\sin \varphi_2}. \qquad (34)$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{e^{\frac{h\tau_k}{4}} \sin \frac{p_1 \tau_k}{2}}{\sqrt{2 \operatorname{ch} \frac{h\tau_k}{2} + 2 \cos \frac{p_1 \tau_k}{2}}}. \qquad (35)$$

В приведенных выкладках имеются три параметра: коэффициент затухания h, частота колебания системы p_1 и период колебания основания $\tau_k = \frac{2\pi}{q_k}$. Обозначив отношение частот и периодов через m_k и, пользуясь для характеристики затухания логарифмическим декрементом $\lambda = hT$, получим вместо трех — два параметра, m_k и λ:

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$m_k = \frac{p_1}{q_k} = \frac{\tau_k}{T}, \qquad \lambda = hT. \tag{36}$$

При этом суммарный фазовый угол в выражении смещения (31) $\varphi_k = \varphi_1 + \varphi_2$ на основании (28) и (35) будет равен:

$$\varphi_k = \operatorname{arc\,tg} \frac{-\frac{\lambda}{\pi} m_k^2}{\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 m_k^2 + 1 - m_k^2} + \arcsin \frac{e^{\frac{\lambda m_k}{4}} \sin \pi m_k}{\sqrt{2 \operatorname{ch} \frac{\lambda m_k}{2} + 2 \cos \pi m_k}}. \tag{37}$$

Как видно, угол φ_k является функцией только двух величин: отношения частот m_k и декремента затухания λ. Возвращаясь к выражению для смещения (31) и вводя m_k и λ, можно получить, с учетом (29) и (33), следующее выражение для y_2:

$$y_2 = \frac{A_k}{p_1^2} \alpha_k e^{h\left(t_k + \frac{\tau_k}{4} - t\right)} \sin (p_1 t - p_1 t_k - \varphi_k). \tag{38}$$

Здесь безразмерный коэффициент α_k равен:

$$\alpha_k = \frac{m_k \sqrt{2 \operatorname{ch} \frac{\lambda m_k}{2} + 2 \cos \pi m_k}}{\sqrt{\left[\left(\frac{\lambda}{2\pi} m_k\right)^2 + 1 - m_k^2\right]^2 + \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 m_k^2}}. \tag{39}$$

До сих пор мы не ограничивали значение t, считая лишь, что $t \geqslant t_{k+1}$. Нас интересует смещение y_2 в момент $t = t_{k+1}$, когда $\sin q_k t$ достигает нулевого значения. Подставляя в (38) $t = t_{k+1}$, получим с учетом (36):

$$y_2 = \frac{A_k}{p_1^2} \alpha_k e^{-\frac{\lambda m}{4}} \sin \varphi. \tag{40}$$

Здесь угол φ равен:

$$\varphi = p_1 (t_{k+1} - t_k) - \varphi_k = \pi m - \varphi_k. \tag{41}$$

В выражении (41) экспоненциальный множитель, зависящий от λ и m, можно объединить с коэффициентом α_k, являющимся, согласно (39), также функцией только λ и m:

$$\alpha = \alpha_k e^{-\frac{\lambda m}{4}}. \tag{42}$$

В соответствии с этим окончательно получим значение для величины смещения при вынужденных колебаниях:

$$y_2 = \frac{A_k}{p_1^2} \alpha \sin \varphi. \tag{43}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Безразмерный коэффициент α и фазовый угол φ могут быть даны в табличной форме на основании (41) и (42). В табл. 1 и 2 приводятся значения α и φ, вычисленные для $\lambda = 0{,}50$.

Таблица 1

Значения коэффициентов α в зависимости от m при $\lambda = 0{,}50$

m	α	m	α	m	α	m	α
0,0	0,0	1,4	1,45	2,8	0,29	4,4	0,302
0,1	0,20	1,5	1,42	2,9	0,23	4,6	0,250
0,2	0,38	1,6	1,37	3,0	0,203	4,8	0,190
0,3	0,56	1,7	1,32	3,1	0,219	5,0	0,160
0,4	0,73	1,8	1,25	3,2	0,253	5,2	0,169
0,5	0,80	1,9	1,16	3,3	0,294	5,4	0,208
0,6	1,02	2,0	1,07	3,4	0,324	5,6	0,233
0,7	1,14	2,1	0,97	3,5	0,356	5,8	0,250
0,8	1,24	2,2	0,86	3,6	0,379	6,0	0,238
0,9	1,32	2,3	0,77	3,7	0,388	6,2	0,229
1,0	1,38	2,4	0,65	3,8	0,396	6,4	0,203
1,1	1,43	2,5	0,48	3,9	0,392	6,6	0,172
1,2	1,46	2,6	0,45	4,0	0,379	6,8	0,158
1,3	1,47	2,7	0,36	4,2	0,343	7,0	0,143

Таблица 2

Значения углов φ (в градусах) в зависимости от m при $\lambda = 0{,}50$

m	φ	m	φ	m	φ	m	φ
0,0	0	1,4	121	2,8	196	4,4	186
0,1	9	1,5	129	2,9	185	4,6	192
0,2	18	1,6	137	3,0	170	4,8	188
0,3	27	1,7	145	3,1	156	5,0	171
0,4	36	1,8	153	3,2	147	5,2	159
0,5	45	1,9	160	3,3	145	5,4	153
0,6	54	2,0	168	3,4	144	5,6	159
0,7	62	2,1	175	3,5	147	5,8	165
0,8	70	2,2	182	3,6	151	6,0	171
0,9	79	2,3	188	3,7	155	6,2	177
1,0	88	2,4	193	3,8	160	6,4	181
1,1	96	2,5	197	3,9	166	6,6	185
1,2	104	2.6	199	4,0	170	6,8	182
1,3	112	2,7	199	4,2	180	7,0	171

Перейдем к определению скорости вынужденных колебаний, для чего продифференцируем по t выражения для смещения из (22):

$$\dot{y}_2 = -\frac{A_k h}{p_1} \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-h(t-\xi)} \sin q_k (\xi - t_k) \sin p_1 (t - \xi)\, d\xi +$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$+ A_k \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-h(t-\xi)} \sin q_k (\xi - t_k) \cos p_1 (t - \xi)\, d\xi =$$

$$= \frac{pA_k}{p_1} \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-h(t-\xi)} \sin q_k (\xi - t_k) \cos [p_1 (t - \xi) + \psi]\, d\xi. \qquad (44)$$

Здесь $p = \sqrt{p_1^2 + h^2}$, а фазовый угол ψ определяется выражением:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{h}{p_1} = \frac{\lambda}{2\pi}. \qquad (45)$$

Определение значения скорости $\dot{y}_2$, согласно (44), можно провести подобно тому, как это было сделано ранее для определения смещения y_2. Чтобы избавиться от этого длительного пути, сделаем в выражении (45) замену:

$$\cos [p_1 (t - \xi) + \psi] = -\sin \left[p_1 (t - \xi) + \psi - \frac{\pi}{2} \right]. \qquad (46)$$

В этом случае выражение для приведенной скорости становится подобным выражению для смещения

$$\frac{\dot{y}_2}{p} = -\frac{A_k}{p_1} \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-h(t-\xi)} \sin q_k (\xi - t_k) \sin \left[p_1 (t - \xi) + \left(\psi - \frac{\pi}{2} \right) \right] d\xi. \qquad (47)$$

Сравнивая (47) и (22), легко видеть, что выражение для приведенной скорости отличается от выражения для смещения только знаком и постоянным фазовым углом $\psi = \frac{\pi}{2}$. Такое отличие не влияет на ход определения интеграла (38), и поэтому можно сразу написать решение для (47) по аналогии с (43):

$$\frac{\dot{y}_2}{p} = -\frac{A_k}{p_1^2} \alpha \sin \left(\varphi + \psi - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{A_k}{p_1^2} \alpha \cos (\varphi - \psi). \qquad (48)$$

Сложения собственных и вынужденных колебаний для моментов времени t_k, соответствующих нулевым значениям $\ddot{u}$, производятся графически на фазовой плоскости. Пусть в момент времени, когда ускорение $\ddot{u}$ имеет нулевое значение, маятник имеет начальное смещение y_0 и начальную приведенную скорость $\dot{y}_0/p$. Изображающая точка K_0 на фазовой плоскости на фиг. 8 соответствует этим значениям ($y_0 = \overline{OB}$ и $\dot{y}_0/p = \overline{OD}$). Собственные колебания маятника будут определяться на фазовой плоскости изображающей точкой K, которая перемещается по кривой $\widehat{K_0 K_1}$ с увеличением времени t, определяющего угол $p_1 t - \gamma$. В момент окончания действия полуволны ускорения, т. е. при $t = \tau/2$, изображающей точкой будет точка K_1. Угол $K_1 O K_0$ равен $p_1 \frac{\tau}{2} = \frac{2\pi\tau}{T2} = m\pi$. Смещение и приведенная скорость для $t = \frac{\tau}{2}$, соответствующие собственным затухающим колебаниям, равны:

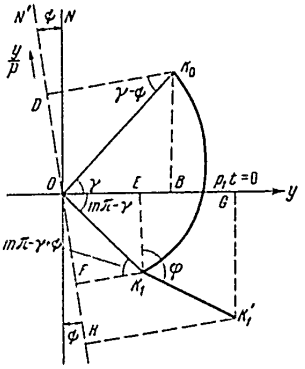
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$y_1 = \overline{OE}, \quad \frac{\dot{y}_1}{p} = \overline{OF}. \tag{49}$$

Чтобы получить смещение и скорость, соответствующие вынужденным колебаниям, построим из точки K_1 отрезок $K_1K_1' = \frac{A_k}{p_1^2}\alpha_k$ под углом φ. Угол φ откладывается от оси, перпендикулярной оси y-ов на фазовой плоскости. При этом получим:

$$\begin{aligned} EG &= \overline{K_1K_1'}\sin\varphi = \frac{A_k}{p_1^2}\alpha_k \sin\varphi = y_2, \\ FH &= \overline{K_1K_1'}\cos(\varphi+\psi) = \frac{A_k}{p_1^2}\alpha_k\cos(\varphi+\psi) = \frac{\dot{y}_2}{p}. \end{aligned} \tag{50}$$



Фиг. 8. Схема суммирования смещений и скоростей собственных и вынужденных колебаний на фазовой плоскости.

Следовательно, конечные значения y и $\frac{\dot{y}}{p}$ для одной полуволны $\ddot{u}$ равны:

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 = \overline{OG}, \\ \frac{\dot{y}}{p} &= \frac{\dot{y}_1}{p} + \frac{\dot{y}_2}{p} = \overline{OH}. \end{aligned} \tag{51}$$

Это состояние маятника на фазовой плоскости определяется изображающей точкой K_1'. Точка K_1' одновременно выражает начальные условия движения для следующей полуволны $\ddot{u}$, и поэтому для следующей волны можно повторить подобное построение на фазовой плоскости.

Перейдем ко второму этапу задачи. Будем рассматривать вынужденные колебания для моментов времени t, находящихся в интервале от начала до окончания действия полуволны возмущающей силы

$$0 \leqslant t \leqslant \tau/2. \tag{52}$$

Разделим время $\tau/2$ на n равных отрезков Δt и, обозначая отрезки времени по порядку через $d = 1, 2, 3, \ldots, n$, будем определять смещение и скорость в моменты времени

$$t_d = \frac{\tau}{2}\cdot\frac{d}{n}. \tag{53}$$

Заменим интеграл (22) суммой и найдем смещение, соответствующее моменту времени t_d:

$$y_{d_2} = \frac{A_k}{p_1^2}\sum_{b=1}^{b=d} e^{-\frac{h\tau}{2}\left(\frac{d-b}{n}\right)}\sin\pi\frac{b}{n}\left(\sin p_1\frac{\tau(d-b)}{2n}\right)p_1\Delta t. \tag{54}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Соответственно приведенная скорость, согласно (44), равна:

$$\frac{\dot{y}_{d_2}}{p} = \frac{A_k}{p_1^2} \sum_{b=1}^{b=d} e^{-\frac{h\tau(d-b)}{2n}} \sin \pi \frac{b}{n} \left[\cos\left(p_1 \frac{\tau(d-b)}{2n} + \psi\right)\right] p_1 \Delta t. \qquad (55)$$

В выражения для смещения (54) и приведенной скорости (55) входят четыре параметра: частота колебаний маятника p_1, период колебания возмущающей силы τ, коэффициент затухания h и приращение времени Δt. Заменим их двумя параметрами: отношением периодов m и логарифмическим декрементом затухания λ, исходя из следующих соотношений:

$$h\tau = \lambda m,$$
$$p_1 \frac{\tau}{2} = \pi m, \qquad (56)$$
$$p_1 \Delta t = \pi \frac{m}{n}.$$

После подстановки (56) в (54) и (55) получим:

$$y_{d_2} = \frac{A_k}{p_1^2} \frac{\pi m}{n} \sum_{b=1}^{b=d} e^{\frac{-\lambda m(d-b)}{2n}} \sin \pi \frac{b}{n} \sin \pi m \frac{d-b}{n}, \qquad (57)$$

$$\frac{\dot{y}_{d_2}}{p} = \frac{A_k}{p_1^2} \frac{\pi m}{n} \sum_{b=1}^{b=d} e^{\frac{-\lambda m(d-b)}{2n}} \sin \pi \frac{b}{n} \cos\left[\pi m \frac{d-b}{n} + \frac{\lambda}{2\pi}\right]. \qquad (58)$$

Для определенного значения λ можно вычислить значения y_{d_2}, соответствующие различным величинам m. Под знаком суммы в (57) стоит произведение трех функций. Приведем результаты расчета для $\lambda = 0{,}50$ при $n = 10$. Расчет y_{d_2} производится раздельно для разных точек, т. е. для значений d, последовательно равных 1, 2, ..., 10. На фиг. 9 показаны соотношения кривых при $m = 1$, 5, $d = 10$ (фиг. 9, *а*) и $d = 6$ (фиг. 9, *б*). Ординаты кривых принимаются как среднее для каждого интервала. Они обозначены на фиг. 9 пунктиром и определяются путем вычисления.

Результаты расчета y_{21} в зависимости от d представлены на фиг. 10 для разных значений m — от 0,25 до 5,0. Здесь по оси ординат отложены величины y_{21}, на основании которых определяются значения y_{d_2}:

$$y_{d_2} = \frac{A_k}{p_1^2} y_{21}. \qquad (59)$$

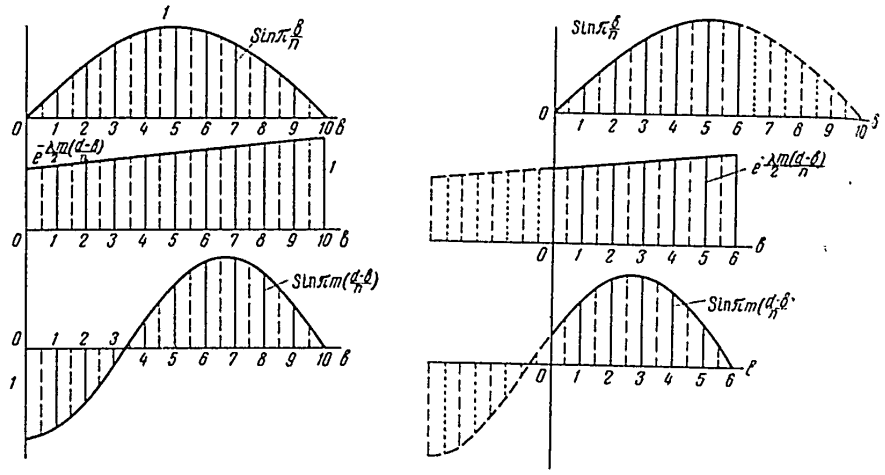
По оси абсцисс отложены порядковые номера $d = 1, 2, \ldots, 10$, указывающие номера моментов времени.

Для суммирования смещений вынужденных колебаний y_{d_2} и собственных колебаний y_{d_1} необходимо сложить кривую y_{d_2} с кривой y_{21}, которая получается путем развертывания смещения y_1 с фазовой плоскости, т. е. с радиального изображения на ортогональное.

В результате получается кривая, определяющая смещение маятника в функции времени $y = y(t)$.

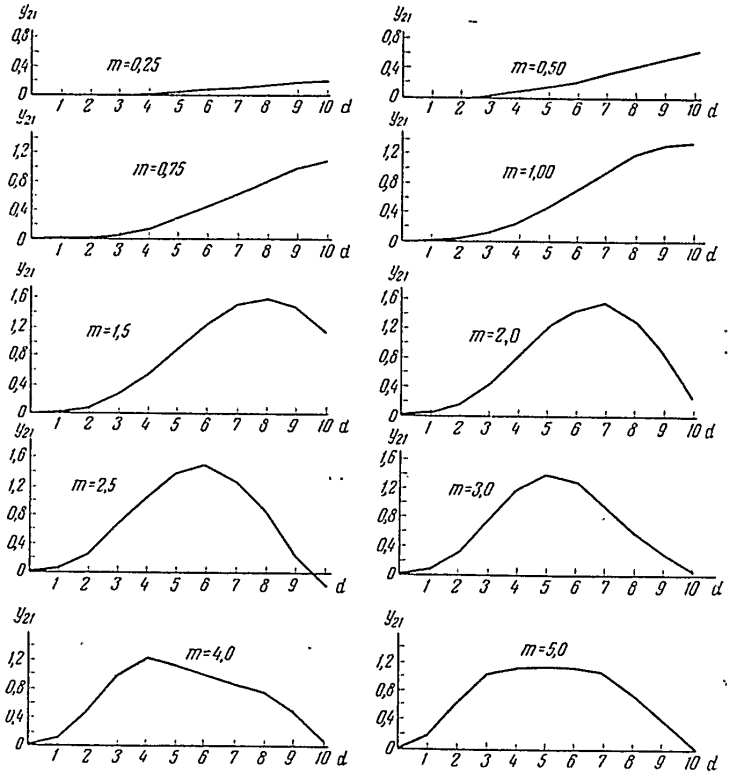
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5



а б

Фиг. 9. Графическое представление функций, входящих в (58) и (59).
a — $d = 10$, $m = 1{,}5$, $б$ — $d = 6$, $m = 1{,}5$.

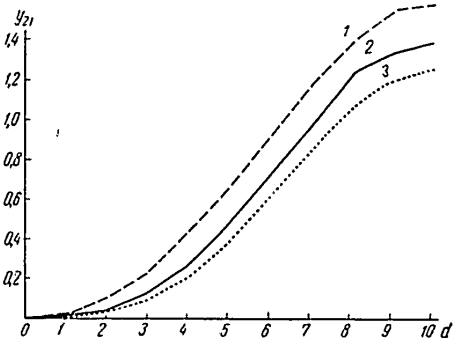


Фиг. 10. Кривые величин смещений маятника y_{21} при вынужденных колебаниях в моменты времени d, выражающие десятые доли полуволны возмущения для разных значений m, равных отношению частот собственных к вынужденным колебаниям

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

При решении задачи было принято, что ускорение между двумя нулевыми значениями имеет форму полусинусоиды. В действительности кривая $\ddot{u} = \ddot{u}(t)$ может несколько отклоняться от полусинусоиды, но интегрирование сглаживает эту неточность. Для сравнения были определены значения y_{21} в случае, если бы кривая ускорения имела форму полукруга или параболы. На фиг. 11 даны кривые y_{d_1} для трех разных форм ускорения: полукруг, полусинусоида и парабола. Как видно, различие между кривыми не столь велико, хотя, конечно, как полукруг, так и парабола являются предельными формами, которых кривая ускорения не достигает.



Фиг. 11. Кривые вынужденных смещений маятника для разных законов движения основания.

1 — полукруг; *2* — полусинусоида; *3* — парабола.

3. МЕТОД ВЕКТОРНЫХ ДИАГРАММ

Для решения задач о колебании систем с одной степенью свободы И. М. Рабиновичем был предложен [5] геометрический метод построения диаграмм перемещений —скоростей. В нашем случае, когда функция $\ddot{u}$ многократно меняет знак, непосредственное построение диаграммы перемещений—скоростей затруднительно.

В методе векторных диаграмм функция $\ddot{u} = \ddot{u}(t)$ представляется, так же как и в методе фазовых плоскостей, в виде ряда последовательных полусинусоид с изменяющимися амплитудами и полупериодами. Посредством фазовой плоскости последовательно определялись начальные и конечные значения y и $\dot{y}/p$ для каждой полуволны $\ddot{u}$, а с помощью векторной диаграммы дается общее представление о движении маятника.

Смещение маятника y, согласно (5), (7) и (8), определяется выражением:

$$y = Ce^{-ht}\cos(p_1 t - \gamma) + \frac{1}{p_1}\int_0^t e^{-h(t-\xi)}\,\ddot{u}\sin p_1(\xi - t)\,d\xi. \qquad (60)$$

Считая, как и раньше, что в моменты времени t_k (при $k = 0, 1, 2, \ldots, n$) функция $\ddot{u}(t)$ имеет нулевые значения и что $t_{k+1} = t_k + \tau_k/2$, согласно фиг. 6, удобно интеграл в (60) заменить суммой интегралов:

$$y = Ce^{-ht}\cos(pt - \gamma) + \sum_{k=1}^{k=n}\frac{A_k}{p_1}\int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-h(t-\xi)}\sin q_k(\xi - t_k)\sin p_1(t - \xi)\,d\xi +$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$+\frac{A_n}{p_1}\int_{t_n}^{t} e^{-h(t-\xi)}\sin q_n(\xi-t_n)\sin p_1(t-\xi)\,d\xi. \tag{61}$$

Ранее для выражения (22), представляющего один из членов суммы в (61), было получено решение (39):

$$y_{2k}=\frac{A_k}{p_1^2}\alpha_k e^{h\left(t_k+\frac{\tau_k}{4}-t\right)}\sin(p_1t-p_1t_k-\varphi_k). \tag{38}$$

Входящие сюда коэффициент α_k и фазовый угол φ_k определяются и, (37) и (41), в зависимости от значений λ и m.

В выражении (38) выделим множители, не зависящие от переменной величины времени t:

$$A_{2k}=\frac{A_k}{p_1^2}\alpha_k e^{h\left(t_k+\frac{\tau_k}{4}\right)}. \tag{62}$$

При этом обозначении величина y_{2k} из (38) будет равна:

$$y_{2k}=A_{2k}e^{-ht}\sin(p_1t-p_1t_k-\varphi_k). \tag{63}$$

Выражение (61) с учетом (63) принимает вид:

$$y=e^{-ht}\left\{-C\sin\left[p_1t-\left(\frac{\pi}{2}+\gamma\right)\right]+\right.$$
$$\left.+\sum_{k=1}^{n}A_{2k}\sin[p_1t-(p_1t_k+\varphi_k)]+I_n\right\}. \tag{64}$$

Здесь $\cos(p_1t-\gamma)$ заменен равной ему величиной $-\sin\left[p_1t-\left(\frac{\pi}{2}+\gamma\right)\right]$, а через I_n обозначен последний член в выражении (61):

$$I_n=\frac{A_n}{p_1}\int_{t_n}^{t} e^{-h(t-\xi)}\sin q_n(\xi-t_n)\sin p_1(t-\xi)\,d\xi. \tag{65}$$

Рассмотрим сначала случай, когда I_n равно нулю, т. е. произведем определение смещений y для моментов времени t_k при $k=1,2,\ldots,n$. В формулы (62) и (64) входят безразмерный коэффициент α_k и фазовый угол φ_k, зависящие от m и λ. Представим их значения в таблицы для $\lambda=0{,}50$, где угол φ_k выражен в градусах (табл. 3).

Для определения y будем строить векторную диаграмму, не зависящую явно от времени t. Для примера возьмем $n=3$. На фиг. 12 показана схема построения такой диаграммы.

Ось ON служит начальной осью для отсчета углов $p_1t=2\pi\frac{t}{T}$, откладываемых по часовой стрелке. Каждый вектор откладывается под соответствующим ему углом, а именно, вектор C под углом $\frac{\pi}{2}+\gamma$; A_{21} — под углом $p_1t_1+\varphi_1$; A_{22} — под углом $p_1t_2+\varphi_2$; A_{23} — под углом

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

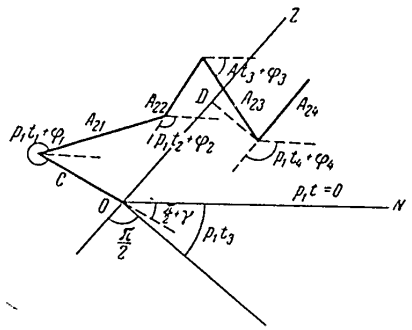
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Таблица 3

Значения коэффициента α_k и фазового угла φ_k для разных значений m при $\lambda = 0{,}50$

m	α_k	φ_k°	m	α_k	φ_k°	m	α_k	φ_k°
0,0	0,00	0	1,9	1,47	182	3,8	0,64	164
0,1	0,20	9	2,0	1,37	192	3,9	0,64	176
0,2	0,39	18	2,1	1,26	203	4,0	0,62	190
0,3	0,59	27	2,2	1,13	214	4,2	0,58	216
0,4	0,77	36	2,3	1,01	226	4,4	0,52	246
0,5	0,94	45	2,4	0,87	239	4,6	0,44	276
0,6	1,10	54	2,5	0,66	253	4,8	0,35	320
0,7	1,25	64	2,6	0,63	269	5,0	0,30	9
0,8	1,37	74	2,7	0,51	287	5,2	0,32	57
0,9	1,48	83	2,8	0,42	308	5,4	0,41	99
1,0	1,57	92	2,9	0,33	337	5,6	0,47	129
1,1	1,64	102	3,0	0,29	10	5,8	0,52	159
1,2	1,70	112	3,1	0,33	42	6,0	0,50	189
1,3	1,73	122	3,2	0,38	69	6,2	0,50	219
1,4	1,73	131	3,3	0,45	89	6,4	0,45	251
1,5	1,72	141	3,4	0,56	108	6,6	0,39	283
1,6	1,66	151	3,5	0,55	123	6,8	0,37	322
1,7	1,63	161	3,6	0,59	137	7,0	0,34	9
1,8	1,56	171	3,7	0,62	151			

$p_1 t_3 + \varphi_3$. При построении учитываются знаки, т. е. если вектор отрицательный, то он откладывается в противоположном направлении. Знаки у векторов A_{2k} чередуются, что видно из фиг. 6. Значения векторов A_k вычисляются по формуле (62). При построении векторной диаграммы начало каждого последующего вектора откладывается от конца предыдущего вектора. На диаграмме строятся векторы, отвечающие всей функции $\ddot{u} = \ddot{u}(t)$. На фиг. 12, чтобы не затемнять чертежи, показаны только пять векторов и один начальный. Для определения величины смещения y, например в момент времени $t = t_3$, проводится ось OM под углом $p_1 t_3$ и перпендикулярная ей ось OZ. Непосредственно из фиг. 12 следует, что проекция замыкающей векторной диаграммы на ось OZ, т. е. отрезок $\overline{OD}$, равна при $t = t_3$.



Фиг. 12. Схема построения векторной диаграммы.

$$\overline{OD}_3 = -C\sin\left[p_1 t_3 - \left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right)\right] + A_{21}\sin\left[p_1 t_3 - (p_1 t_1 + \varphi_1)\right] -$$
$$- A_{22}\left[p_1 t_3 - (p_1 t_2 + \varphi_2)\right] + A_{23}\sin\left[p_1 t_3 - (p_1 t_3 + \varphi_3)\right] =$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

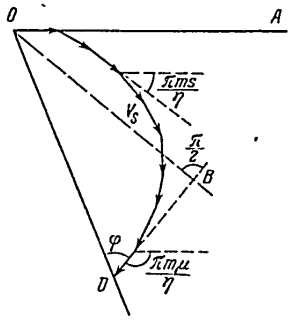
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$= -C\sin\left[p_1 t_3 - \frac{\pi}{2} - \gamma\right] + \sum_{k=1}^{k=3} A_{2k}\sin(p_1 t_3 - p_1 t_k - \varphi_k). \qquad (66)$$

Следовательно, смещение y равно, согласно (64)

$$y_3 = e^{-ht_3}\overline{OD}_3. \qquad (67)$$

Выражение (67) дает возможность определить значения y лишь для случаев, когда I_n равно нулю. Перейдем теперь к рассмотрению функции I_n, представленной в виде (65). Чтобы иметь возможность графически изобразить I_n, заменим интеграл суммой s членов. Для этого разделим интервал времени $\tau_n/2$ на η равных частей. При этом дифференциал $d\xi$ заменяется на приращение $\Delta\xi$, а предел интегрирования t и переменная интегрирования ξ соответственно будут иметь дискретные значения:



Фиг. 13. К графическому представлению I_n.

$$d\xi = \Delta\xi = \frac{\tau_n}{2\eta},$$

$$\xi = l_n + \frac{\tau_n s}{2\eta},$$

$$t = l_n + \frac{\tau_n \mu}{2\eta}. \qquad (68)$$

В соответствии с этим, а также учитывая, что $h\tau_n = m\lambda$ и $p\tau_n = 2\pi m$, для значения I_n из (65) получим:

$$I_n = \frac{A_n}{p_1^2}\sum_{s=1}^{s=\mu}\frac{\pi m}{\eta}e^{\frac{-m\lambda(\mu-s)}{2\eta}}\sin\frac{\pi s}{\eta}\sin\frac{\pi m(\mu-s)}{\eta}. \qquad (69)$$

Представим величину I_n графически, для чего введем обозначение:

$$V_s = \frac{\pi m}{\eta}e^{\frac{-m\lambda(\mu-s)}{2\eta}}\sin\frac{\pi s}{\eta}. \qquad (70)$$

Построим на плоскости начальную ось OA (фиг. 13) и будем считать ее (или параллельные ей оси) началом отсчета углов. Вычислив значения V_s при заданных m и λ, будем откладывать их в каком-либо масштабе под углами $\frac{\pi ms}{\eta}$. Из вершины последнего вектора проведем касательную DB и опустим на нее из точки O перпендикуляр OB. Из построения следует

$$\overline{OB} = \sum_{s=1}^{s=\eta} V_s\sin\frac{\pi m}{\eta}(\mu - s) = \overline{OD}\sin\varphi. \qquad (71)$$

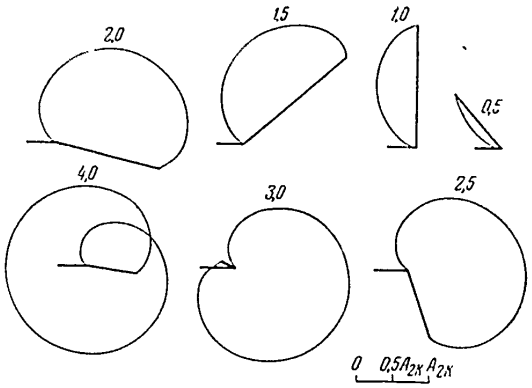
Следовательно, величина I_n при $\mu = \eta$ равна

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$I_n = \frac{A_n}{p_1^2} \overline{OD} \sin \varphi. \tag{72}$$

Отметим, что при $\mu = \eta$ значение I_n равно y_2, согласно формуле (43). Следовательно, $\overline{OD} = \alpha$. Если η взять достаточно большим, то векторный многоугольник OD (фиг. 13) будет представлять векторную кривую. Серия векторных кривых при постоянном значении $\lambda = 0{,}50$ и различных значениях m показана на фиг. 14.



Фиг. 14. Векторные кривые для разных значений m от 0,5 до 4,0.

Как указывалось ранее, посредством векторной диаграммы (пример построения которой приведен на фиг. 12) можно получить значения y_2 для моментов времени t_k при $k = 1, 2, \ldots, n$. Используя векторные кривые, можно получить значения y_2 и для всех промежуточных значений t между t_k и t_{k+1}. Для этого на любом из векторов в соответствующем ему масштабе строится векторная кривая. Величина y_2 равна длине перпендикуляра, опущенного из начальной точки векторной диаграммы на касательную к векторной кривой. Естественно, что экстремальными значения y_2 будут в случае, когда перпендикуляр является нормалью к векторной кривой.

При практическом применении для расчетов смещений как метода фазовых плоскостей, так и метода векторных диаграмм удалось получить ряд приемов, облегчающих работу, на которых здесь останавливаться не будем.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СМЕЩЕНИЯ МАЯТНИКА ПО ЗАПИСЯМ СМЕЩЕНИЙ ИЛИ СКОРОСТЕЙ КОЛЕБАНИЯ ГРУНТА

Во многих случаях колебание грунта представлено не в форме записи его ускорения, а в виде записи смещения во времени, т. е. сейсмограммы. Возможна также запись скорости колебания грунта. Чтобы рассмотреть эти случаи, обратимся вновь к уравнению колебания маятника:

$$\ddot{y} + 2h\dot{y} + p^2 y = \ddot{u}(t). \tag{73}$$

Интеграл этого уравнения определяет смещение маятника в зависимости от функции ускорения колебания почвы $\ddot{u}(t)$:

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$y = Ce^{-ht}\cos(p_1 t - \gamma) + \frac{1}{p_1}\int_0^t e^{-h(t-\xi)}\ddot{u}(\xi)\sin p_1(t-\xi)\,d\xi. \qquad (74)$$

Здесь $p_1 = \sqrt{p^2 - h^2}$, величины C и γ определяют начальную амплитуду и фазу движения маятника; переменная интегрирования обозначена вместо t буквой ξ. Время t входит как параметр в подинтегральную функцию и, кроме того, служит верхним пределом интегрирования. Дифференцируя y по параметру t, получим приведенную скорость колебания маятника $\dot{y}/p$ и функции от ускорения колебания грунта:

$$\frac{\dot{y}}{p} = -Ce^{-ht}\sin(p_1 t - \gamma + \psi) + \\ + \frac{1}{p_1}\int_0^t e^{-h(t-\xi)}\ddot{u}(\xi)\cos[p_1(t-\xi) + \psi]\,d\xi. \qquad (75)$$

Здесь фазовый угол $\psi = \operatorname{arc\,tg}\frac{h}{p_1}$. Выражения (74) и (75) использовались ранее в ином виде для определения смещения маятника по записи ускорения. Чтобы получить зависимость смещения и приведенной скорости маятника от скорости колебания грунта $\dot{u}(\xi)$, произведем интегрирование по частям выражения (74) и продифференцируем полученное по параметру t:

$$y = Ce^{-ht}\cos(p_1 t - \gamma) - \frac{1}{p_1}\dot{u}_0 e^{-ht}\sin p_1 t + \\ + \frac{p}{p_1}\int_0^t e^{-h(t-\xi)}\dot{u}(\xi)\cos[p(t-\xi) + \psi]\,d\xi, \qquad (76)$$

$$\frac{\dot{y}}{p} = -Ce^{-ht}\sin(p_1 t - \gamma + \psi) + \frac{1}{p_1}\dot{u}(t)\cos\psi - \frac{1}{p_1}\dot{u}_0 e^{-ht}\cos(p_1 t + \psi) - \\ - \frac{p}{p_1}\int_0^t e^{-h(t-\xi)}\dot{u}(\xi)\sin[p_1(t-\xi) + 2\psi]\,d\xi. \qquad (77)$$

Здесь $\dot{u}_0$ — начальная скорость колебания грунта, а $\dot{u}(\xi)$ — переменная скорость колебания грунта, зависящая от времени. Отметим, что при пользовании выражениями (76) и (77) обычно можно считать, что $\frac{p}{p_1} = 1$; $\cos\psi = 1$ и $\dot{u}_0 = 0$. Производя повторно операцию интегрирования по частям и дифференцирования по параметру выражения (76), получим смещение и приведенную скорость маятника в зависимости от смещения почвы $u(\xi)$:

$$y = Ce^{-ht}\cos(p_1 t - \gamma) - \frac{1}{p_1}\dot{u}_0 e^{-ht}\sin p_1 t + \frac{p}{p_1}u(t)\cos\psi - \\ - \frac{p}{p_1}u_0 e^{-ht}\cos(p_1 t + \psi) - \frac{p^2}{p_1}\int_0^t e^{-h(t-\xi)}u(\xi)\sin[p_1(t-\xi) + 2\psi]\,d\xi, \qquad (78)$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$\frac{\dot{y}}{p} = -Ce^{-ht}\sin(p_1 t - \gamma + \psi) - \frac{1}{p_1}\dot{u}_0 e^{-ht}\cos(p_1 t + \psi) -$$
$$-\frac{p}{p_1}u(t)\sin 2\psi + \frac{p}{p_1}u_0 e^{-ht}\sin(p_1 t + 2\psi) + \frac{1}{p_1}\dot{u}(t)\cos\psi -$$
$$-\frac{p^2}{p_1}\int_0^t e^{-h(t-\xi)}u(\xi)\cos[p_1(t-\xi) + 3\psi]\,d\xi. \qquad (79)$$

Выражения (78) и (79) служат основанием для пользования методами фазовых плоскостей и векторных диаграмм в случае, если колебание грунта дано в виде записи смещения. Рассмотрим определение смещения по сейсмограмме методом фазовых плоскостей. В этом случае выражения (78) и (79) могут быть упрощены, принимая, что $\frac{p}{p_1} = 1$; $\cos\psi = 1$; $u_0 = 0$; $u(t) = u_{t_k} = 0$; $\dot{u}_0 = B_k\frac{p_1}{m}$:

$$y = Ce^{-ht}\cos(p_1 t - \gamma) - \frac{B_k}{m}e^{-ht}\sin p_1 t -$$
$$-p\int_0^t e^{-h(t-\xi)}u(\xi)\sin[p_1(t-\xi) + 2\psi]\,d\xi. \qquad (80)$$

$$\frac{\dot{y}}{p} = -Ce^{-ht}\sin(p_1 t - \gamma + \psi) - \frac{B_k}{m}e^{-ht}\cos(p_1 t + \varphi) + \frac{B_k}{m} +$$
$$+p\int_0^t e^{-h(t-\xi)}u(\xi)\cos[p(t-\xi) + 3\psi]\,d\xi. \qquad (81)$$

Значения y_2 и $\dot{y}_2/p$, ранее определенные выражениями (43) и (48), будут иметь сдвиг фазы на угол 2ψ, что следует из сопоставления интегралов в (80) и (81) с (22) и (44). Поэтому можно сразу записать

$$y_2 = B_k\alpha\sin(\varphi + 2\psi), \qquad (82)$$

$$\frac{\dot{y}_2}{p} = B_k\alpha\cos(\varphi + 3\psi). \qquad (83)$$

Здесь B_k есть амплитуда смещения в k-ой полуволне. Порядок построения на фазовой плоскости в этом случае лишь немногим отличается от описанного ранее. На фиг. 8 было показано, что изображающая точка K, переместившись из K_0 в K_1, затем сдвигается вдоль вектора, построенного под углом φ, и точка K_1' является началом движения в следующей полуволне. В данном случае откладывается не один вектор, а три, как показано на фиг. 15. Из точки K_{11} откладывается вектор $\frac{B_k}{m}e^{-m\lambda}$ под углом $(m+1)\pi$. Из точки K_{12} откладывается вектор B_k/m по вертикальному направлению; из точки K_{13} откладывается вектор $B_k\alpha$ под углом $\varphi + 2\psi$ к вертикали. Нетрудно убедиться, что $\overline{OG}$ равно y и $\overline{OH}$ равно $\dot{y}/p$ при $t = \tau/2$, т. е. в конце полуволны. Следовательно, точка K_1 является начальной точкой движения маятника во второй полуволне. При суммировании y_1 и y_2 для определения смещения

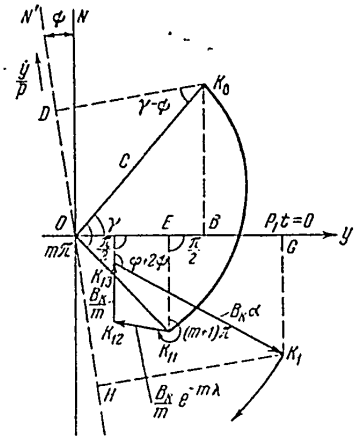
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

в любой момент времени учитываются члены, входящие в (78) и содержащие множителями $\dot{u}_0$ и $u(t)$.

Для приближенного определения смещения маятника можно пользоваться выборочно отдельными участками сейсмограммы, рассматривая их как модулированные по амплитуде и частоте колебания. Характерная для записей смещения модель такого колебания показана на фиг. 16. Эта кривая определяется уравнением

$$u(t) = \beta_0 e^{-\alpha_1 t^2} \cos\left(\frac{2\pi}{\tau} t e^{\alpha_2 t^2}\right). \qquad (84)$$

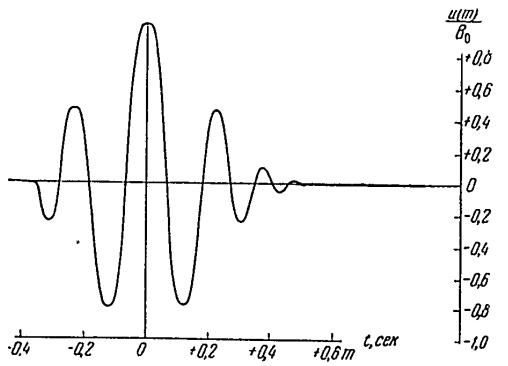


Фиг. 15. Схема построения векторной диаграммы по сейсмограмме.

За начало времени здесь принят момент $t = 0$, соответствующий максимальному значению $u(t)$. Анализ записей сейсмических колебаний показывает, что средними значениями коэффициентов являются $\alpha_1 = 12$ и $\alpha_2 = 2$. Для такого модулированного колебания определена методом фазовых плоскостей при $\lambda = 0{,}50$ частотная характеристика $u(m)$ (табл. 4). Величина $u(m)$ указывает отношение амплитуды смещения маятника $\varkappa$ к амплитуде смещения грунта B_0 в зависимости от отношения их периодов $m = \tau/T$:

$$\varkappa = u(m) B_0. \qquad (85)$$

Выборочные расчеты показывают, что частотная характеристика $u(m)$ мало чувствительна к изменению (в ограниченных размерах) коэффициентов модуляции α_1 и α_2.



Фиг. 16. Участок сейсмограммы в форме модулированной синусоиды.

5. СПЕКТРАЛЬНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ

Изложенные графоаналитические приемы определения смещения маятника при заданном в виде сейсмограммы или акселлограммы движении основания были использованы для вычисления спектральных коэффициентов. Спектральный коэффициент $\psi = \psi(T)$ является функцией периода собственных колебаний маятника T и представляет собою отношение смещения $\varkappa$ маятника с периодом колебаний T к смещению x_0 маят-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Таблица 4

Частотная характеристика модулированной синусоиды

m	$u(m)$	m	$u(m)$	m	$u(m)$
0,1	1,06	0,9	2,80	1,7	0,46
0,2	1,10	1,0	2,76	1,8	0,37
0,3	1,22	1,1	2,43	1,9	0,30
0,4	1,39	1,2	1,90	2,0	0,25
0,5	1,70	1,3	1,48	2,5	0,16
0,6	2,11	1,4	1,15	3,0	0,11
0,7	2,51	1,5	0,87	4,0	0,06
0,8	2,71	1,6	0,63	5,0	0,04

ника с периодом колебания $T_0 = 0{,}25$ сек. при постоянной для всех маятников величине логарифмического декремента затухания $\lambda = 0{,}50$:

$$\psi(T) = \frac{x(T)}{x_0}. \tag{86}$$

Спектральный коэффициент есть величина безразмерная. Он служит для определения максимальных деформаций сооружений при колебании их главным образом по основному тону, с различными собственными периодами T.

Спектральные коэффициенты предназначаются для использования при расчете конструкций и поэтому являются прогностическими элементами, характеризующими спектральные особенности землетрясения. Сейсмическое районирование территории СССР пока еще выражает силу землетрясения в баллах без дифференциации по спектральным особенностям, и поэтому задачей первой очереди является определение средних значений спектральных коэффициентов для разных землетрясений.

Для вычисления спектральных коэффициентов были использованы записи колебаний сильных землетрясений от 6 до 8 баллов и землетрясений средней силы (ощущаемых). Последние при обработке составляли большую часть, так как инструментальные данные о сильных землетрясениях, к сожалению, ограничены.

По записям землетрясений были определены максимальные смещения x, маятников с разными периодами от 0,1 до 2,0 сек. и постоянным логарифмическим декрементом затухания $\lambda = 0{,}50$. Затем были получены для каждой записи величины спектральных коэффициентов ψ_i как отношения x к x_0. Значения ψ_i, вычисленные по записям землетрясений, приведены в табл. 5.

В табл. 5 землетрясения с № 1 по № 57 зарегистрированы сейсмографами СМР-2 [6], предназначенными для записи сильных землетрясений, на сейсмических станциях: Хорог, Андижан, Петропавловск, Сталинабад, Куляб, Обп-Гарм, Ванновская. Примеры этих записей приведены на

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Таблица 3

Значения спектральных коэффициентов ψ_i для разных землетрясений

№ п/п	Дата землетрясения	Станция	Δ, км	n	T, сек.										
					0,1	0,15	0,2	0,25	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	1,4	2,0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	5.VII 1954	Птр СЮ	52	<4	0,07	0,3	0,6	1,0	2,1	2,7	3,1	4,2	4,6	4,7	4,6
2	5.VII 1954	Птр ВЗ	52	<4	0,10	0,2	0,6	1,0	1,4	1,7	1,8	2,8	5,2	7,5	10,2
3	21.III 1954	Птр ВЗ	82	<4	0,04	0,1	0,4	1,0	1,3	1,6	1,7	2,6	5,5	6,6	5,6
4	21.III 1954	Птр СЮ	82	<4	0,05	0,2	0,6	1,0	7,5	7,9	10,1	13,0	13,4	13,5	13,0
5	13.IV 1954	Птр СЮ	25	<4	0,06	0,2	0,6	1,0	1,5	3,1	3,6	4,4	5,0	5,5	11,3
6	3.V 1954	Птр ВЗ	90	<4	0,10	0,2	0,6	1,0	3,1	4,5	5,3	6,0	15,0	22,5	25,0
7	3.V 1954	Птр СЮ	90	<4	0,08	0,2	0,6	1,0	2,1	2,1	2,2	2,5	3,1	4,3	13,8
8	25.XI 1954	Хрг ВЗ	120	3	0,09	0,2	0,6	1,0	2,2	4,6	6,2	7,5	8,5	11,2	10,9
9	18.VIII 1954	Хрг СЮ	210	3	0,06	0,1	0,5	1,0	1,3	1,6	1,7	3,4	3,6	2,5	2,6
10	4.VIII 1954	Хрг ВЗ	121	<4	0,05	0,1	0,4	1,0	1,2	1,9	2,0	2,7	2,0	2,0	1,9
11	25.XI 1954	Хрг СЮ	90	3	0,05	0,1	0,4	1,0	1,4	2,3	2,5	6,5	8,1	8,0	7,0
12	18.VIII 1954	Хрг ВЗ	220	<4	0,06	0,3	0,6	1,0	1,9	4,2	5,2	5,6	5,8	7,0	7,5
13	14.IV 1951	Анд ВЗ	185	4	0,13	0,2	0,8	1,0	1,4	2,2	2,5	11,6	18,7	26,3	30,0
14	14.IV 1951	Анд СЮ	185	4	0,06	0,1	0,4	1,0	1,2	1,2	1,4	2,2	4,3	13,6	20,5
15	4.IX 1953	Анд ВЗ	190	<4	0,07	0,2	0,3	1,0	2,7	2,7	2,8	2,2	3,0	4,2	5,1
16	4.IX 1953	Анд СЮ	190	<4	0,06	0,2	0,3	1,0	2,8	3,1	3,3	3,7	4,2	11,1	5,6
17	24.XII 1953	Птр ВЗ	210	<4	0,10	0,2	0,4	1,0	2,8	4,6	8,5	14,3	31,2	60,5	73,3
18	24.XII 1953	Птр СЮ	210	<4	0,06	0,1	0,4	1,0	1,8	4,2	5,4	8,0	12,0	32,4	62,0
19	26.XII 1953	Птр ВЗ	160	<4	0,08	0,3	0,6	1,0	3,6	4,9	9,2	16,0	15,2	4,0	6,1
20	26.XII 1953	Птр СЮ	160	<4	0,13	0,3	0,6	1,0	1,3	1,9	2,0	1,4	1,9	3,8	8,1
21	10.VII 1954	Обг ВЗ	250	3	0,04	0,1	0,2	1,0	1,8	4,7	5,9	6,8	8,1	8,2	8,8
22	10.VII 1954	Обг СЮ	250	3	0,06	0,2	0,6	1,0	2,0	5,1	10,0	13,3	14,4	15 5	29,8
23	11.IV 1954	Обг ВЗ	240	5	0,08	0,2	0,6	1,0	1,8	2,5	2,7	3,7	4,0	5,0	6,6
24	11.IV 1954	Обг СЮ	240	5	0,06	0,2	0,5	1,0	1,3	2,0	2,2	2,4	3,5	3,6	4,2
25	5.III 1954	Обг ВЗ	200	3	0,08	0,2	0,4	1,0	2,4	4,0	4,4	9,3	14,0	15,4	15,2
26	26.II 1954	Обг ВЗ	215	4	0,16	0,2	0,4	1,0	2,5	4,1	4,8	6,1	6,5	7,4	8,1
27	16.V 1954	Ст ВЗ	300	<4	0,06	0,2	0,5	1,0	1,4	2,0	2,0	3,3	3,5	4,0	7,4
28	16.V 1954	Ст СЮ	300	<4	0,08	0,2	0,3	1,0	3,0	6,1	10,0	8,0	10,0	24,0	26,0
29	11.IV 1954	Ст ВЗ	310	<4	0,07	0,2	0,4	1,0	1,3	1,8	2,0	2,6	3,0	5,0	11,3
30	11.IV 1954	Ст СЮ	310	<4	0,06	0,2	0,4	1,0	1,4	4,9	12,5	22,6	25,7	25,1	33,4
31	23.I 1954	Ст ВЗ	385	<4	0,20	0,4	0,6	1,0	4,8	7,2	12,0	22,0	32,0	46,0	60,0
32	23.I 1954	Ст СЮ	385	<4	0,25	0,4	0,6	1,0	3,7	6,5	10,0	16,2	22,5	33,7	43,7
33	18.VIII 1954	Кл ВЗ	140	<4	0,16	0,5	0,6	1,0	5,0	7,8	13,8	15,5	16,7	19,1	23,1
34	18.VIII 1954	Кл СЮ	140	<4	0,17	0,5	0,7	1,0	6,0	6,8	9,1	11,4	14,6	14,8	16,6
35	13.X 1954	Кл ВЗ	65	<4	0,20	0,4	0,7	1,0	5,5	6,2	7,3	13,4	15,1	15,8	17,2
36	13.X 1954	Кл СЮ	65	<4	0,12	0,3	0,6	1,0	2,6	3,9	4,5	6,7	10,3	10,5	11,2
37	14.IV 1951	Грм ВЗ	180	<4	0,12	0,3	0,5	1,0	3,6	4,6	8,8	10,4	10,0	8,3	6,2
38	14.IV 1951	Грм СЮ	180	<4	0,20	0,4	0,6	1,0	5,0	5,5	8,7	9,2	15,0	10,1	7,3
39	14.IV 1951	Грм ВЗ	185	4	0,15	0,3	0,5	1,0	2,0	4,5	9,0	19,0	22,0	14,0	10,5
40	14.IV 1951	Грм СЮ	185	4	0,18	0,4	0,7	1,0	2,0	3,6	5,4	14,5	27,2	24,0	16,0
41	10.IX 1945	Обг СЮ	35	5	0,14	0,3	0,5	1,0	2,6	4,5	7,8	11,6	13,4	10,2	7,6
42	2.II 1952	ЮС ВЗ	30	5	0,07	0,2	0,5	1,0	2,8	3,9	3,2	3,7	5,8	4,0	3,5
43	26.I 1954	Ван СЮ	15	<4	0,16	0,6	0,7	1,0	1,1	1,1	1,0	1,2	1,0	1,1	1,0
44	26.I 1954	Ван ВЗ	15	<4	0,10	0,5	0,9	1,0	1,3	1,7	1,5	1,3	1,3	1,2	1,1

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Продолж. табл. 5

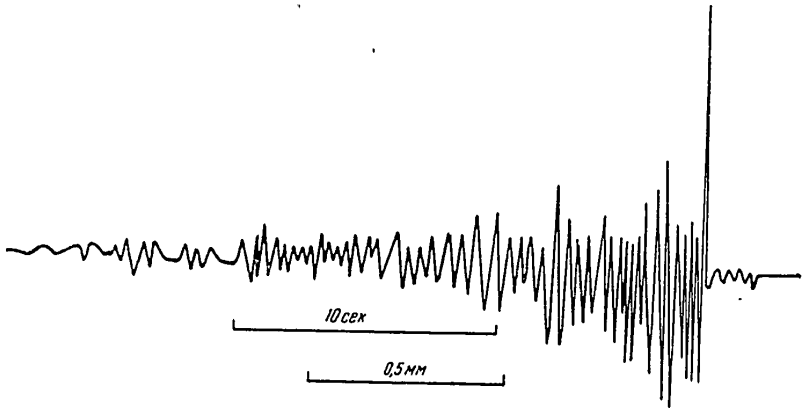
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
45	20.X 1953	Ван СЮ	20	<4	0,10	0,4	0,8	1,0	1,3	1,4	1,4	1,2	1,2	1,1	1,1
46	20.X 1953	Ван ВЗ	20	<4	0,12	0,3	0,8	1,0	1,1	1,3	1,1	1,0	1,1	1,0	1,1
47	22.X 1952, № 1	Кл СЮ	15	5	0,10	0,2	0,8	1,0	1,6	2,1	2,0	1,7	1,5	1,4	1,3
48	22.X 1952, № 1	Кл ВЗ	15	5	0,13	0,2	0,7	1,0	3,0	8,2	9,1	8,3	7,5	6,7	6,5
49	22 X 1952, № 2	Кл СЮ	18	6	0,07	0,2	0,5	1,0	1,5	2,3	2,5	2,3	2,0	1,9	1,6
50	22.X 1952, № 2	Кл ВЗ	18	6	0,06	0,2	0,5	1,0	1,3	1,2	1,0	1,0	1,0	1,1	1,0
51	22.X 1952, № 3	Кл СЮ	16	6	0,05	0,1	0,6	1,0	2,1	2,2	2,3	3,2	2,4	2,3	2,2
52	22.X 1952, № 3	Кл ВЗ	16	6	0,07	0,2	0,5	1,0	1,5	1,7	1,8	2,4	1,9	1,2	1,1
53	4.XII 1951	Ашх СЮ	70	3	0,08	0,1	0,3	1,0	5,1	5,5	6,2	4,7	4,4	4,1	4,0
54	12.V 1951	Ашх ВЗ	160	3	0,20	0,5	1,0	1,0	1,0	1,0	1,2	1,4	4,8	5,4	7,6
55	6.VIII 1951	Ашх СЮ	175	3	0,10	0,2	0,5	1,0	2,6	3,2	3,3	3,8	4,5	6,6	8,3
56	6.VIII 1951	Ашх ВЗ	175	3	0,14	0,2	0,7	1,0	1,0	1,1	1,0	2,1	2,6	6,1	6,6
57	4.XII 1951	Ашх ВЗ	70	3	0,11	0,2	0,6	1,0	2,0	5,4	8,7	11,7	10,5	7,2	7,0
58	23.IX 1953	А-1 ВЗ	18	3	0,10	0,3	0,7	1,0	1,7	1,7	1,6	1,2	1,0	1,0	1,0
59	23.IX 1953	А-29 ВЗ	18	3	0,10	0,3	0,7	1,0	3,1	3,5	3,8	3,9	6,4	6,3	4,0
60	23.IX 1953	А-15 ВЗ	18	3	0,07	0,5	0,9	1,0	1,9	2,1	2,2	2,9	2,8	2,6	1,9
61	23.IX 1953	А-25 ВЗ	18	3	0,12	0,5	0,9	1,0	1,4	1,7	1,8	1,8	1,4	1,1	1,0
62	13.IX 1953	Бак ВЗ	22	3	0,20	0,6	0,9	1,0	1,1	1,3	1,3	2,2	1,9	1,4	1,1
63	16.IX 1953	А-15 СЮ	290	3	0,62	0,9	0,9	1,0	1,7	2,6	2,8	2,9	3,0	4,5	7,0
64	16.IX 1953	А-15 ВЗ	290	3	0,18	0,4	0,6	1,0	1,4	2,0	2,1	2,2	2,4	4,1	6,2
65	16.IX 1953	А-29 СЮ	290	3	0,25	0,6	0,7	1,0	2,3	3,2	3,5	3,6	4,0	6,0	7,5
66	16.IX 1953	А-29 СЮ	290	3	0,26	0,7	0,8	1,0	1,3	1,8	1,9	2,5	2,9	3,8	6,5
67	23.IX 1953	А-1 СЮ	18	3	0,06	0,1	0,4	1,0	1,1	1,1	1,5	1,3	1,3	1,0	1,0
68	23.IX 1953	А-29 СЮ	18	3	0,06	0,2	0,6	1,0	1,0	1,2	1,6	1,6	1,2	1,2	1,1
69	23.IX 1953	А-15 СЮ	18	3	0,10	0,2	0,6	1,0	1,3	1,5	1,6	1,9	1,8	1,7	1,2
70	23.IX 1953	А-25 СЮ	18	3	0,10	0,5	0,9	1,0	1,8	2,1	2,2	2,3	2,1	1,6	1,1
71	10.III 1933	№ 5, ВЗЮ	56	8	0,13	0,2	0,5	1,0	2,0	2,9	4,4	5,3	7,1	13,6	18,0
72	31.X 1935	№ 16, ВЗ	6	7	0,14	0,2	0,5	1,0	2,0	2,8	3,0	5,5	8,8	9,1	14,0
73	10.III 1933	№ 4, В	29	8	0,27	0,5	0,9	1,0	1,2	1,4	1,5	1,9	2,2	4,6	7,5
74	10.III 1933	№ 4, СЮ	29	8	0,20	0,4	0,8	1,0	1,3	1,6	1,8	1,6	3,2	4,4	7,2
75	2.X 1933	№ 5, ВЗЮ	24	6	0,10	0,2	0,6	1,0	2,4	2,7	2,8	4,0	5,2	8,2	14,0
76	18. V 1940	№ 14, СЮ	12	8	0,11	0,2	0,6	1,0	3,0	4,2	5,4	5,6	8,0	10,5	13,0
77	2.X 1933	№ 5, СЗЮ	24	6	0,17	0,4	0,6	1,0	1,9	3,2	3,8	3,8	3,5	3,8	9,7
78	18.XII 1946	№ 13, С453	19	6	0,10	0,2	0,5	1,0	2,1	2,0	1,6	1,7	1,8	1,7	6,4
79	25.X 1943	№ 42, СЗОЗ	22	7	0,13	0,4	0,7	1,0	2,1	2,7	2,8	3,6	4,6	5,0	12,5
80	13 IX 1946	№ 43, ЮЗОЗ	102	7	0,17	0,2	0,8	1,0	4,2	4,2	4,1	4,1	3,7	5,0	11,2

фиг. 17—19. Землетрясения с № 58 по № 70 зарегистрированы во время экспедиционных работ автора в районе Ашхабада [7] вибрографами ВЭГИК с гальванометрами ГК-VI при скорости движения ленты 240 мм/мин. Спектральные коэффициенты для землетрясений с № 71 по № 80 определены по записям ускорений, произведенным акселлерографом с собственной частотой 10 гц и критическим затуханием [8]. В табл. 5 (графа 3) указывается название станции в общепринятых сокращениях и составляющая записи; Δ означает эпицентральное расстояние (в км), а n указывает силу землетрясения по неинструментальным данным (в баллах). Обозначение

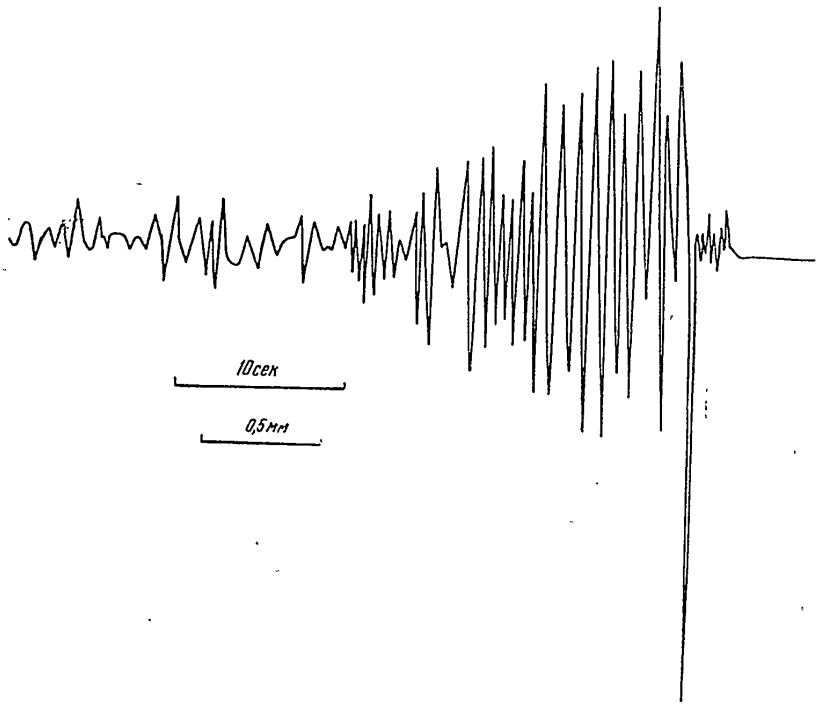
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

<4 принято для землетрясений, сила которых была такова, что они ощущались в пункте наблюдения, но балльность их не была установлена.



Фиг. 17. Сейсмограмма землетрясения 22.X 1952 г., в 21 ч. 08 м., силою 5 баллов, составляющая EW, станция Куляб, табл. 5, № 48 (увеличено).

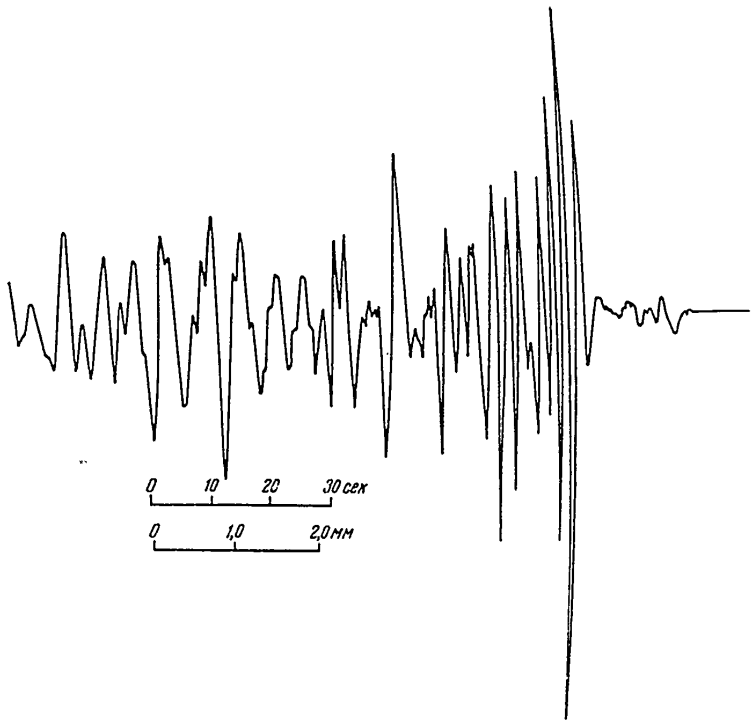


Фиг. 18. Сейсмограмма землетрясения 22.X 1952 г., в 22 ч. 22 м., силою 6 баллов, составляющая NS, станция Куляб, табл. 5, № 51 (увеличено).

Спектральные коэффициенты ψ_i для разных землетрясений не постоянны. Средние из их значений $[\psi_i]$ приведены в табл. 7. Для каждого из зем-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5



Фиг. 19. Сейсмограмма землетрясения 24 XII 1953 г. силою 4 балла, составляющая EW, станция Петропавловск на Камчатке, табл. 5, № 18 (увеличено)

летрясений величина ψ_i увеличивается монотонно с увеличением периода T. Для средних значений $[\psi_i]$ в таком нарастании можно отметить некоторую закономерность, а именно интенсивность нарастания $[\psi_i]$ уменьшается с увеличением периода T. Частные значения ψ_i имеют значительные отклонения от среднего значения $[\psi_i]$, и поэтому достаточно будет принять зависимость ψ от T в простой форме:

$$\psi = \beta T^{\eta}. \tag{87}$$

Коэффициент β и показатель степени η изменяются с изменением T. Для диапазона T от 0,1 до 0,5 сек. η_1 получает значение 2; для диапазона T от 0,5 до 1,5 сек. $\eta_2 = 1$ и для диапазона T от 1,5 до 2,5 сек. $\eta_3 = 0$. Коэффициент β в первом диапазоне определяется из условия, что при $T = T_0 = 0{,}25$ сек. должно быть по определению $\psi = 1$, и поэтому $\beta_1 = 1/T_0^2$. Во втором диапазоне значения β определяется равенством значений ψ при $T = 0{,}5$ сек. для первого и второго диапазона, что дает $\beta_2 = 2/T_0$. Для третьего диапазона равенство значений ψ при $T = 1{,}5$ сек. для второго и третьего диапазонов дает $\beta_3 = 12{,}0$. Выражения для ψ в разных диапазонах приведены в табл. 6.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

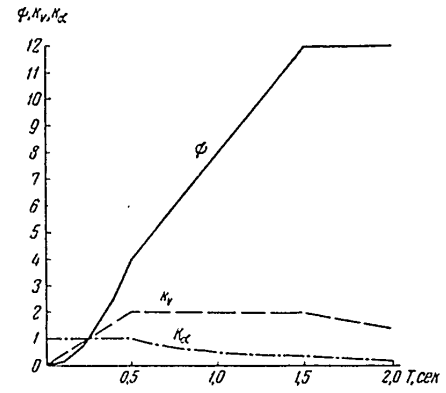
Таблица 6

Зависимости ψ, k_v и k_α от T для разных диапазонов

0,1 сек. $\leqslant T \leqslant$ 0,5 сек.	0,5 сек. $\leqslant T \leqslant$ 1,5 сек.	1,5 сек. $\leqslant T \leqslant$ 2,5 сек.
$\psi = \frac{1}{T_0^2} T^2$	$\psi = \frac{2}{T_0} T$	$\psi = 12$
$k_v = \frac{1}{T_0} T$	$k_v = 2$	$k_v = \frac{3,0}{T}$
$k_\alpha = 1,0$	$k_\alpha = \frac{2T_0}{T}$	$k_\alpha = \frac{0,75}{T^2}$

Для некоторых задач представляет интерес знать не только величины максимальных смещений маятника, но также значения наибольших скоростей и ускорений. Обозначая для маятника с периодом $T_0 = 0,25$ сек. и $\lambda = 0,50$ наибольшую скорость колебания через v_0 и наибольшее ускорение через α_0, получим выражения для скорости v и ускорения α маятников с другими периодами, но с тем же затуханием в форме

$$v = k_v v_0, \qquad \alpha = k_\alpha \alpha_0. \tag{88}$$



Фиг. 20. Зависимость спектральных коэффициентов от периода.

Значения спектральных коэффициентов для скоростей и ускорений k_v и k_α можно приближенно получить, исходя из значений ψ, что и сделано в табл. 6. Как видно из выражений для k_v, скорость нарастает пропорционально периоду для первого диапазона при T меньшем, чем 0,5 сек. В диапазоне от 0,5 до 1,5 сек. скорость остается постоянной, и в дальнейшем скорость уменьшается обратно пропорционально периоду маятника T.

Ускорения колебания маятника в первом диапазоне при $T \leqslant 0,5$ сек остаются постоянными. Затем они уменьшаются сначала обратно пропорционально первой степени, а затем, в третьем диапазоне, — квадрату периода. Следовательно, инерционные силы в гибких сооружениях имеют меньшие значения, чем в жестких.

Общий ход зависимости коэффициентов ψ, k_v и k_α от периода T изображен на фиг. 20.

Для оценки отклонений значений ψ_i для отдельных землетрясений, приведенных в табл. 5, от принятых спектральных коэффициентов ψ

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

определены средние квадратические отклонения в процентах σ согласно выражению:

$$\sigma = \frac{100}{\psi} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\psi_i - \psi)^2}. \qquad (89)$$

Значения σ для разных периодов T приведены в табл. 7.

Таблица 7

Спектральные коэффициенты

T, сек.	$[\psi_i]$	ψ	σ, %	$[\psi_i]_1$	$\varkappa_v$	$\varkappa_a$
0,10	0,13	0,16	55	0,12	0,4	1,00
0,15	0,29	0,36	48	0,30	0,6	1,00
0,20	0,60	0,64	27	0,59	0,8	1,00
0,25	1,00	1,00	0	1,00	1,0	1,00
0,40	2,25	2,56	55	2,47	1,6	1,00
0,50	3,32	4,00	49	3,56	2,0	1,00
0,60	4,26	4,80	67	4,71	2,0	0,84
0,80	5,83	6,40	69	6,60	2,0	0,63
1,00	7,43	8,00	90	8,72	2,0	0,50
1,50	9,09	11,20	91	12,90	2,0	0,36
2,00	11,30	12,00	113	16,50	1,5	0,19

В табл. 7 приведены для сравнения средние значения спектральных коэффициентов $[\psi_i]_1$, полученные нами путем обработки данных Хаузнера, Мартеля и Альфорда [9]. Как видно из сопоставления отдельных значений $[\psi_i]_1$ и ψ, данные этих авторов дают величины спектральных коэффициентов, близкие к полученным нами.

Средние квадратические отклонения σ для спектральных коэффициентов φ_i при отдельных землетрясениях увеличиваются с удалением значений T от T_0. Столь большой разброс для больших периодов (при $T = 1{,}4$, $\sigma = 91$ и при $T = 2{,}0$, $\sigma = 113$) указывает, что землетрясения одного и того же балла значительно различаются в смысле сейсмического воздействия на сооружения с разными собственными периодами колебаний. Этот вывод согласуется с данными, полученными при изучении последствий землетрясений. Ближайшей задачей инженерной сейсмологии является выявление основных условий, вызывающих различие спектральных коэффициентов для отдельных землетрясений, с целью введения нового показателя в сейсмическое районирование территории СССР.

Нельзя не отметить, что существующие записи сейсмических колебаний грунтов произведены с относительно малыми скоростями движения ленты, что снижает точность интерпретации записей. В особенности это замечание относится к приборам СМР-2.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

6. ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СИЛЫ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

Сила землетрясения в спектре действий сейсмических колебаний характеризуется величиной x_0, представляющей собою максимальное смещение маятника, имеющего $T = 0{,}25$ сек. и $\lambda = 0{,}50$ [1]. Шкала для определения силы землетрясения в баллах по величине x_0 была опубликована ранее [7]. Ниже приводятся сведения о соотношениях макросейсмического эффекта и величин x_0 для разных условий наблюдений.

Записи колебаний грунта при сильных землетрясениях малочисленны. На основании сейсмометрических материалов, которые удалось получить, были определены приемами, изложенными выше, величины смещений x_0 (табл. 8) для маятника, имеющего $T = 0{,}25$ сек. и $\lambda = 0{,}5$. Для сопоставления сила землетрясений определялась по макросейсмическим данным, относящимся к тому же пункту, в котором производилась регистрация колебаний.

Таблица 8

Величины смещений x_0, определенные по записям колебаний при землетрясениях разной балльности

Балл	x_0, мм	Средние значения, x_0, мм	Предельные значения x_0, мм
8	5,7; 7,8; 10,0; 6,3;	7,4	5,7—10,0
7	2,6; 3,8; 3,9; 3,5; 2,2; 4,6; 3,8	3,4	2,2— 4,6
6	1,0; 2,0; 2,2; 2,6; 2,5; 1,4; 1,7	1,9	1,0— 2,6
5	0,6; 0,9; 1,2; 0,9; 0,6; 0,6; 0,3	0,7	0,3— 1,2

В пределах каждого балла величины x_0 имеют некоторый разброс (табл. 8). Помимо влияния сложности самого колебательного движения грунта, здесь следует отметить влияние субъективности, свойственной разным авторам, в оценке силы землетрясения по макросейсмическим данным. Следует указать на закономерное общее нарастание значений x_0, приведенных в табл. 8, с увеличением балльности, причем для смежных баллов значения x_0 в большинстве случаев не перекрываются. Это последнее особенно важно в отношении правомерности выбора величины x_0 для характеристики силы землетрясения.

В дополнение к полученным значениям x_0 по записям землетрясений было предпринято определение x_0 по другим независимым данным. Сводка всех результатов приведена в табл. 9. Инструментальные данные, полученные при изучении сейсмического эффекта взрывов, позволили определить значения x_0 для большого числа случаев, при которых можно дать оценку макросейсмического эффекта в баллах по повреждениям зданий. Сейсмическое действие на сооружение от вибрации неуравновешенных

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

машин труднее, чем в других случаях, оценивать в баллах по макросейсмическим признакам. Поэтому величины x_0 имеют здесь большой разброс и их удалось получить лишь применительно к 6-му и 7-му баллам.

Значение x_0 мы определили, кроме того, расчетным путем, анализируя повреждения зданий при землетрясениях, т. е. решая обратную задачу. Рассмотрены лишь случаи возникновения начальных трещин в стенах здания при землетрясениях 7 баллов; x_0 мы нашли, исходя из предельных напряжений в материале.

Таблица 9

Величины относительных смещений x_0, полученные по разным данным

Данные для определения x_0	Значения x_0 (в мм) при балльности					
	5	6	7	8	9	10
1 По записям колебаний при землетрясениях:						
а) наибольшие	1,2	2,2	4,6	10,0	—	—
б) наименьшие	0,6	1,0	2,2	5,7	—	—
в) средние	0,9	1,7	3,4	7,4	—	—
2. По сейсмическому эффекту взрывов:						
а) наибольшие	1,0	2,4	5,5	8,6	19,3	29,4
б) наименьшие	0,5	1,0	2,6	5,3	9,0	22,2
в) средние	0,7	1,6	3,8	6,8	12,1	25,8
3 По сейсмическому действию, вызванному вибрацией машин.						
а) наибольшие	—	5,2	7,2	—	—	—
б) наименьшие	—	0,2	0,6	—	—	—
в) средние	—	2,1	3,1	—	—	—
4 Из анализа повреждения зданий при землетрясениях:						
а) наибольшие	—	—	7,5	—	—	—
б) наименьшие	—	—	1,0	—	—	—
в) средние	—	—	3,0	—	—	—
Принято в сейсмической шкале [7]	0,5—1,0	1,1—2,0	2,1—4,0	4,1—8,0	8,1—16,0	16,1—32,0

Полученные по четырем независимым друг от друга данным значения x_0 для разных баллов согласуются между собою, что свидетельствует об их достоверности. Нарастание x_0 с увеличением балла происходит по геометрической прогрессии, что позволило предложить шкалу для определения силы землетрясения на основании величины смещения x_0. Эта шкала указывает, что при росте баллов в арифметической прогрессии значения x_0 растут в геометрической прогрессии. Данные табл. 9 показывают, что значения x_0, принятые в шкале [7], соответствуют описательной характеристике воздействия землетрясения на сооружения.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

7. НЕКОТОРЫЕ ВЫВОДЫ

1. При рассмотрении вопроса о действии землетрясения на сооружения требуется решение ряда задач. Одной из главных задач является изучение воздействия горизонтальных сейсмических колебаний на вертикальную механическую систему. Нестационарные сейсмические колебания грунтов для оценки такого воздействия предлагается описывать посредством спектра действия:

$$\varkappa = x_0 \psi \varepsilon.$$

Здесь $\varkappa$ — ординаты спектра действия, представляющие собою максимальные смещения маятников с различными периодами T и логарифмическими декрементами затухания λ; x_0 — максимальное смещение маятника с фиксированными значениями $T_0 = 0{,}25$ сек. и $\lambda = 0{,}50$; ψ — спектральный коэффициент, указывающий изменение $\varkappa$ с изменением T; ε — коэффициент демпфирования, определяющий зависимость $\varkappa$ от λ.

Данная работа посвящена определению спектральных коэффициентов ψ.

2. Определение спектральных коэффициентов, в первом приближении, произведено по записям сейсмических колебаний грунтов в функции времени, полученным на стационарных и временных сейсмических станциях в виде сейсмограмм или акселлерограмм. Была произведена обработка 80 таких записей.

3. Для определения максимальных смещений маятников с различными периодами T по записям землетрясений разработаны два метода. Первый из них назван методом фазовых плоскостей и второй — методом векторных диаграмм. Для приближенного определения максимальных смещений получена частотная характеристика маятника при движении его основания в форме модулированной синусоиды.

4. Спектральные коэффициенты ψ_i по каждой из 80 записей близких землетрясений определены в диапазоне периодом маятников от $T = 0{,}10$ сек. до $T = 2{,}00$ сек. Значения ψ_i для разных землетрясений изменчивы, что указывает на значительные различия спектрального состава колебаний грунтов при разных землетрясениях. Сейсмическое районирование указывает силу ожидаемого в данном пункте землетрясения пока еще без дифференциации по спектральному составу колебаний, поэтому представляет интерес первоначально определить средние ожидаемые значения спектральных коэффициентов, что и сделано в данной статье.

5. Зависимость спектральных коэффициентов ψ от периода маятника T различна для разных диапазонов периодов. Приближенно можно считать, что в диапазоне 0,1 сек. $\leqslant T \leqslant$ 0,5 сек. величина ψ пропорциональна T^2, в диапазоне 0,5 сек. $\leqslant T \leqslant$ 1,5 сек. величина ψ пропорциональна T^1 и в диапазоне $1{,}5 \leqslant T \leqslant 2{,}5$ сек. величина ψ пропорциональна T^0, т. е. является постоянной величиной. Полученные ожидаемые средние значения спектральных коэффициентов ψ приведены в табл. 7.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

6. Для различных землетрясений в значениях ψ_i имеется большой разброс. Величины среднеквадратических отклонений σ значений ψ_i от ожидаемого значения ψ в первом диапазоне 0,1 сек. $\leqslant T \leqslant$ 0,5 сек. составляют около 50%. Этот диапазон является главным для расчета конструкций зданий, наиболее распространенных в количественном отношении. В диапазоне 1,0 — 2,0 сек. величина σ составляет около 100%, но этот диапазон имеет значение лишь для расчета сооружений специально типа (башни, мачты, трубы и т. п.).

7. Зависимость максимальных приведенных ускорений колебания маятников от их периодов определяется коэффициентами k_α, приведенными в табл. 7. В диапазоне 0,1—0,5 сек. ускорения постоянны. Затем они уменьшаются с увеличением T сначала обратно пропорционально T, а затем обратно пропорционально T^2. Эти коэффициенты могут быть использованы для расчета зданий и сооружений при колебании их по основному тону.

8. Значительное отклонение в величинах спектральных коэффициентов для разных землетрясений указывает на необходимость изучения в ближайшее время основных причин и условий, вызывающих различие спектров сейсмических колебаний. Можно предполагать, что главным фактором здесь является гипоцентральное расстояние, а для эпицентральной зоны — глубина очага землетрясения. Задачей инженерной сейсмологии является проведение сейсмического районирования с учетом различия спектров действия ожидаемых землетрясений. Для регионального изучения спектров действия землетрясения возникает необходимость применения специальной аппаратуры. Большую роль здесь могут сыграть приборы с записью на магнитную ленту, а также приборы с записью на фотопленку с последующими лабораторными спектральными анализами полученных записей.

В заключение автор выражает большую благодарность А. Г. Назарову и В. Г. Тищенко за некоторые замечания, сделанные в процессе выполнения этой работы. В проведении вычислительных работ автору оказывали помощь Б. Г. Рулев и В. Ф. Махтеев.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. В. Медведев. Настоящий сборник, стр. 62.
2. С. В. Медведев. Тр. Геофиз. ин-та АН СССР, № 21 (148), 1953.
3. А. Г. Назаров. Докл. АН Армянской ССР, 18, № 3, 1954.
4. Н. А. Крылов. О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики. Собрание трудов, т. III. Изд-во АН СССР, 1949.
5. И. М. Рабинович. Геометрическое представление движения упругой системы с одной степенью свободы с учетом затухания. Исследования по теории сооружений. Сб. статей, вып. VI. Изд-во лит. по стр-ву и архитектуре, 1954.
6. Д. П. Кириос. Тр. Геофиз. ин-та АН СССР, № 27 (154), 1955.
7. С. В. Медведев. Бюлл. Сов. сейсмол. АН СССР, № 1, 1955.
8. United States earthquakes, USCGS, 1933—1949
9. G. W. Housner, R. R. Martel a. J. L. Alford Bull. Seism. Soc., Am., 43, № 2, 1953.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ТРУДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА, № 36 (163)

С. В. МЕДВЕДЕВ

ВЛИЯНИЕ СИЛ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ НА КОЛЕБАНИЕ ЗДАНИЙ ПРИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯХ

Рассматривается вопрос о влиянии сил внутреннего трения, возникающих в сооружениях и их основаниях при сейсмических воздействиях, на величины амплитуд колебаний во время землетрясений.

* * *

Для решения вопроса о сейсмических воздействиях на сооружения был рассмотрен случай, при котором сооружение представляется в виде вертикальной консольной механической системы, основание которой совершает горизонтальные колебания нестационарного типа [1]. Сейсмические воздействия определяются в этом случае спектром действия сейсмических колебаний:

$$\varkappa = x_0 \psi(T)\, \varepsilon(\lambda). \tag{1}$$

Здесь x_0 — смещение маятника с периодом $T = 0{,}25$ сек. и логарифмическим декрементом затухания $\lambda = 0{,}50$. Величина x_0 характеризует силу землетрясения согласно сейсмической шкале [2]. Спектральный коэффициент $\psi(T)$ указывает на изменение $\varkappa$ с изменением периода маятника T. Коэффициент $\varepsilon(\lambda)$ определяет изменения $\varkappa$ с изменением логарифмического декремента затухания колебаний λ, т. е. определяет демпфирующее влияние сил внутреннего трения в сооружении. Поэтому коэффициент $\varepsilon(\lambda)$ назван коэффициентом демпфирования. Определению его величины посвящена эта работа.

Опытные данные по изучению деформаций образцов материалов в лабораторных условиях показывают следующее:

1. Зависимость напряжения от деформации нелинейна и при циклическом загружении образует замкнутую кривую, называемую петлей гистерезиса. Площадь петли гистерезиса ΔW характеризует величину необратимой механической энергии, которая при деформации переходит в тепловую. Отношение ΔW к работе, совершаемой при упругой деформации, W называют коэффициентом поглощения энергии при колебании

$$\eta = \frac{\Delta W}{W}. \tag{2}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Здесь W выражает работу деформации на пути, отвечающем одной амплитуде деформации.

2. Коэффициент поглощения мало зависит от напряжения, то есть от амплитуды деформации, а также от времени загружения, т. е. от скорости деформации.

3. Логарифмический декремент затухания свободных колебаний λ также мало зависит от частоты и амплитуды колебания. Логарифмический декремент затухания λ приближенно равен при небольшом затухании половине коэффициента поглощения энергии η.

На основании указанных данных, полученных при изучении деформаций образцов строительных материалов, разными авторами было предложено несколько приемов для учета сил внутреннего трения; значительный интерес имеют предложения Е. С. Сорокина [3] и А. Г. Назарова [4].

Важно отметить, что форма петли гистерезиса, образующаяся при колебательном движении, показывает, что наибольшее рассеяние механической энергии происходит во время, соответствующее наименьшему значению деформации и, следовательно, наибольшему значению скорости. Поэтому при определении сил внутреннего трения при колебании системы с одной степенью свободы будем исходить из следующих опытных данных:

1. Сила внутреннего трения изменяется во времени пропорционально скорости деформации.

2. Величина силы внутреннего трения определяется коэффициентом поглощения энергии при колебании η. Подобное предложение для учета сил затухания было сделано И. М. Рабиновичем [5].

Для нас представляет интерес уравнение движения системы с одной степенью свободы с учетом сил внутреннего трения при движении основания по нестационарному закону $u = u(t)$. В соответствии со сделанными предположениями о затухании можно записать:

$$m(\ddot{y} + \ddot{u}) + 2hm\dot{y} + cy = 0. \tag{3}$$

Чтобы определить соотношение между коэффициентом затухания h, коэффициентом поглощения энергии $\eta = \frac{\Delta W}{W}$ и логарифмическим декрементом затухания $\lambda = hT$, рассмотрим только одну из гармонических составляющих движения основания с частотой ω:

$$u = u_0 \sin \omega t, \tag{4}$$

$$\ddot{y} + 2h\dot{y} + p^2 y = u_0 \omega^2 \sin \omega t. \tag{5}$$

Площадь петли гистерезиса ΔW представляет работу силы $2hm\dot{y}$ на протяжении одного колебания с периодом $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$:

$$\Delta W = 4 \int_0^{\tau/4} 2hm\dot{y} \frac{dy}{dt} dt = \frac{2\pi hm}{\omega} \dot{y}_0^2. \tag{6}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Решение (6) получено с учетом $\dot{y} = y_0 \cos \omega t$, что следует из (5). Работа упругих сил определяется из выражения:

$$W = \frac{cy_0^2}{2} = \frac{mp^2}{2\omega^2} \dot{y}_0^2. \tag{7}$$

Значение коэффициента h можно получить теперь непосредственно из (7) и (6) через коэффициент поглощения энергии η:

$$h = \frac{\eta p^2}{4\pi\omega^2}. \tag{8}$$

В случае, если система совершает собственные затухающие колебания, то в выражении (6) и далее ω следует заменить на $p_1 = \sqrt{p^2 - h^2}$. Собственные затухающие колебания характеризуются логарифмическим декрементом затухания колебаний λ, который равен:

$$\lambda = hT_1 = \frac{2\pi h}{p_1}. \tag{9}$$

Соотношение между логарифмическим декрементом затухания свободных колебаний λ и коэффициентом поглощения энергии η можно получить, решая совместно (8) и (9) для свободных колебаний ($\omega = p_1$)

$$\lambda = \frac{\eta}{2}\left(\frac{p}{p_1}\right)^2 \approx \frac{\eta}{2}. \tag{10}$$

Для вынужденных колебаний, происходящих с частотой ω, коэффициент затухания h может быть выражен через λ, исходя из (8) и (10):

$$h = \frac{\lambda}{T_1}\frac{p_1}{\omega}. \tag{11}$$

Таким образом, коэффициент h в уравнении (5) зависит от частоты вынужденных колебаний.

Создается представление, что пользование уравнением типа (5) для сложных вынужденных колебаний может привести к большим погрешностям, так как h зависит от частоты каждой из составляющих. Покажем, что такое опасение необосновано. Амплитуда y_0 вынужденного колебания, описываемого уравнением (5), равна:

$$y_0 = \frac{u_0 \frac{\omega^2}{p^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \frac{\omega^2 h^2}{p^4}}}. \tag{12}$$

Найдем значение амплитуды y_0 для случая, когда h определяется формулой (9) и для случая, когда h определяется формулой (11):

$$y_{01} = \frac{u_0 \frac{\omega^2}{p^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \frac{\lambda^2\omega^2 p_1^2}{\pi^2 p^4}}}, \quad \left(h = \frac{\lambda}{T_1}\right); \tag{13}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$y_{02} = \frac{u_0 \frac{\omega^2}{p^2}}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \frac{\lambda^2 p_1^4}{\pi^2 p^4}}}, \quad \left(h = \frac{\lambda p_1}{T_1 \omega}\right). \tag{14}$$

Несмотря на различие полученных формул, нетрудно убедиться, что в случае не очень большого затухания обе формулы дают такие одинаковые результаты:

$$\begin{aligned} &\text{при } \frac{\omega}{p} = 1, && y_0 = u_0 \frac{\pi}{\lambda}; \\ &\text{при } \frac{\omega}{p} \gg 1, && y_0 = u_0; \\ &\text{при } \frac{\omega}{p} \ll 1, && y_0 = u_0 \frac{\omega^2}{p^2}. \end{aligned} \tag{15}$$

Получив для трех приведенных случаев одинаковые результаты по формулам (9) и (11), рассмотрим весь диапазон отношений частот ω/p от 0 до ∞. Для этого возьмем отношение y_{01} к y_{02} и посмотрим, как оно отклоняется от единицы при изменении ω/p во всем диапазоне.

$$\frac{y_{01}}{y_{02}} = \sqrt{1 + \frac{\frac{\lambda^2 p_1^2}{\pi^2 p^2}\left(\frac{\omega^2}{p^2} - \frac{p_1^2}{p^2}\right)}{\left(1-\frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \frac{\lambda^2 p_1^4}{\pi^2 p^4}}}. \tag{16}$$

Рассматривая $\frac{y_{01}}{y_{02}}$ как функцию ω/p и принимая при этом λ/π за параметр, можно получить, что $\frac{y_{01}}{y_{02}}$ достигает экстремальных значений, равных $1 \pm \lambda/4\pi$, при $\omega/p = 1 \pm \lambda/\pi$. Следовательно, можно записать, что

$$\left(\frac{y_{01}}{y_{02}}\right)_{\max} = 1 \pm \frac{\lambda}{4\pi} \text{ при } \frac{\omega}{p} = 1 \pm \frac{\lambda}{\pi}. \tag{17}$$

Таким образом, даже при большом затухании, когда $\lambda = 0{,}5$ величина $\frac{y_{01}}{y_{02}}$ может отклониться от единицы максимально на 0,04. Отметим, что для всех других отношений частот отклонение будет менее, чем 0,04. Следовательно, при наложении колебаний с разными частотами суммарная ошибка будет много меньше 0,04.

Пользование формулой (9) вместо формулы (11) при решении уравнений типа (5) возможно на всем диапазоне вынужденных колебаний. При нестационарных колебаниях пользование формулой (9) даст ошибку при $\lambda \leqslant 0{,}5$, значительно меньшую 4%. При рассмотрении колебаний реальных сооружений такая точность много выше возможностей оценки влияния затухания.

На основании изложенного можно придти к следующему:

1. В качестве характеристики сооружения в отношении рассеивания механической энергии при колебании принимается логарифмический

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

декремент затухания собственных колебаний, величина которого находится путем измерения затухающих колебаний.

2. Для составления уравнения колебания при нестационарном движении основания силы внутреннего сопротивления принимаются пропорциональными скорости $\dot{y}$, и считается, что $h = \frac{\lambda}{T_1}$.

Нельзя не отметить, что процесс рассеяния энергии при колебании реальных зданий во время землетрясений имеет более сложный характер, чем в образцах строительных материалов, испытываемых в лаборатории. В первую очередь можно отметить следующие особенности.

1. Здание представляет собой систему, состоящую из различных по материалам и конструктивным особенностям элементов, в то время как лабораторные исследования производятся на монолитных образцах.

2. Рассеяние энергии из-за внутреннего трения в материале связано в здании по большей части с деформациями сдвига, тогда как лабораторные исследования относятся в значительной степени к деформациям растяжения и сжатия при изгибе.

3. Рассеяние энергии в значительной мере происходит в местах нежестких узловых сопряжений частей здания (перегородки, перекрытия, лестницы и т. п.), что не имеет места в образцах.

4. В здании как в системе с бесконечным числом степеней свободы колебания по каждому тону связаны между собою через затухания. Лишь для основного тона влиянием этой связи, по ее малости, можно в ряде случаев пренебрегать.

5. Энергия колебания здания рассеивается, кроме того, и через грунт как в форме излучения, так и в форме неупругого сопротивления соколеблющейся части грунта в системе грунт—сооружение.

Физическая природа поглощения энергии при колебаниях пока еще мало изучена, и поэтому необходимо получение опытных данных о затухании колебаний сооружений. К сожалению, в литературе почти отсутствуют сведения об измерениях затухания колебания зданий и сооружений в натуре при сейсмических воздействиях. Полученные нами данные ограничены, так как накопление их затруднилось подчас следующим:

а) условиями возбуждения колебаний,

б) сложностью колебательного движения здания и

в) возможностями регистрации колебаний.

Полученные значения логарифмического декремента затухания колебаний зданий приведены в табл. 1.

Величины логарифмических декрементов затухания колебаний зданий получены на основании записей смещений во времени посредством сейсмографов, установленных как на грунте, так и на зданиях с одновременной записью. Колебания зданий возбуждались сейсмическим действием взрыва (в большинстве случаев) или удара падающего груза. Регистрация производилась аппаратурой с широкой полосой почти постоянного увеличения в нужном диапазоне частот. Регистрировались небольшие по

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Таблица 1

Логарифмические декременты затухания колебаний зданий, полученные по измерениям колебаний

Характеристика зданий и сооружений	T, сек	λ
Жилой дом, двухэтажный с кирпичными стенами и деревянными перекрытиями; размеры в плане 18 × 39 м, высота 7,3 м; грунты — лёссовидные суглинки	0,19	0,29
Гидроэнергетический техникум, трехэтажный с кирпичными стенами (один этаж — цокольный), с деревянными и железобетонными перекрытиями; отсек с Г-образной формой плана, размером 36 × 17 м + 26 × 31 м, высота 13 м (в том числе 2 м ниже тротуара); грунты — лёссовидные суглинки	0,26	0,35
Здание компрессорной станции, одноэтажное, с кирпичными стенами, перекрытие бесчердачное по металлическим фермам; размеры в плане 20 × 52 м, высота 10 м, грунты — суглинок и глины	0,44	0,34
Служебно-бытовой корпус цеха, трехэтажный, с кирпичными стенами и деревянными перекрытиями; размеры в плане 10 × 102 м, высота 14 м; грунты — лёссовидные суглинки	0,19	0,38
Школа, двухэтажная, без подвала с кирпичными стенами; размеры в плане 10 × 32 м, высота 8,5 м; грунты — суглинки, галечники	0,18	0,24
Школа, двухэтажная, с подвалом, с кирпичными стенами; размеры в плане 10 × 32 м, высота 11 м (в том числе 2,5 м ниже тротуара); грунты — суглинки, галечники	0,17	0,26
Здание сварочного цеха с металлическим каркасом и кирпичным заполнением стен; высота 10 м; грунт — лёссовидные суглинки	0,28	0,18
Здание сборочного цеха с металлическим каркасом, двухэтажное, заполнение стен из кирпича, перекрытия железобетонные, высота 15 м; грунт — лёссовидный суглинок, просадочный	0,50	0,16
Служебное здание ремонтно-механического цеха, четырехэтажное, с подвалом; размеры в плане 27 × 9 м, стены кирпичные, перекрытия деревянные и железобетонные; фундаменты основаны на скальных породах	0,28	0,30
Здание компрессорной станции, двухэтажное, с подвалом размера в плане 60 × 20 м, высота 14 м; несущие железобетонные колонны, стены кирпичные; в основании здания — известняки	0,26	0,31
Фабричное здание, высотой 38 м, с металлическим и железобетонным каркасом, стены кирпичные, толщиной 64 см; основание — скальные породы	0,36	0,34

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Продолжение табл. 1

Характеристика зданий и сооружений	T, сек.	λ
Водонапорная башня, круглая кирпичная, высотой 40 м, диаметр основания 23 м; грунты — супеси, суглинки	0,42	0,37
Жилой дом, пятиэтажный с кирпичными стенами; размеры в плане 45 × 12 м, высота 18 м; перекрытия деревянные; грунты — супесчаные	0,41	0,25
Жилой дом, шестиэтажный с кирпичными стенами; размеры в плане 62 × 11 м, высота 23 м; перекрытия деревянные; грунты — супесчаные	0,51	0,27
Жилой дом, семиэтажный, с кирпичными стенами, высота 24 м; перекрытия деревянные; грунты — супеси, суглинки	0,44	0,32
Дымовая труба кирпичная, высота 60 м; наружный диаметр: основания — 4,7 м, верха — 2,25 м; толщина стены: основания — 77 см, верха — 25 см; грунты — лёссовидные суглинки .	2,65	0,20
Дымовая труба кирпичная, высота 75 м; наружный диаметр: основания — 8,2 м, верха — 4,0 м; грунты — лёссовидные суглинки	1,71	0,22
Колокольня кирпичная, высота 32 м; размеры в плане у основания 8,0×8,5 м; стены визу толщиной 1,5 м; грунты — супесчаные	0,43	0,15

амплитудам колебания. На записи колебания сооружения выбирался участок, на котором сейсмические колебания грунта становятся мало заметными. Логарифмические декременты определялись обычно как средние по трем колебаниям:

$$\lambda = \frac{1}{3} \ln \frac{A_n}{A_{n+3}}. \qquad (18)$$

Следует отметить, что колебание сооружения при сейсмическом воздействии является, как правило, довольно сложным, и поэтому выделение собственных затухающих колебаний можно произвести лишь приближенно. Сейсмическое колебание грунта как при взрывах, так и при ударах не имеет формы импульса, а представляет ряд последовательных отклонений с различными амплитудами и периодами. Поэтому точная фиксация прекращения действия возмущающей силы затруднена. В записи колебания здания, представляющего собой весьма сложную механическую систему, может быть выделено лишь колебание основного тона.

Полученные значения декрементов затухания λ и периодов колебания основного тона T, приведенные в табл. 1, являются не вполне строгими вследствие сложности колебательного движения здания. Значения лога-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

рифмического декремента затухания, приведенные в табл. 1, изменяются от 0,15 до 0,37. Различия в величинах декремента обусловлены, с одной стороны, особенностями здания и грунта, а с другой стороны — интенсивностью колебаний. Можно отметить, что большие значения λ в таблице соответствуют обычно колебаниям большей силы, но количественные соотношения пока еще установить не удалось. Однако есть основание считать, что при сильных колебаниях, которые может испытывать здание во время землетрясения, значение λ будет не менее 0,50. Поэтому для параметрического представления спектра действия сейсмических колебаний на сооружения в качестве параметра принято значение смещения маятника, имеющего логарифмический декремент затухания $\lambda = 0{,}50$ [1,2]. Для систем с другими значениями логарифмического декремента λ смещение $\varkappa$ определяется посредством коэффициента демпфирования $\varepsilon = \varepsilon(\lambda)$, как указано в [1]. Очевидно, что при $\lambda = 0{,}5$ величина $\varepsilon(\lambda) = 1{,}0$. Принимая в качестве характеристики затухания декремент λ, мы произвели определение разными приемами коэффициента демпфирования $\varepsilon = \varepsilon(\lambda)$, изучая максимальные смещения системы с одной степенью свободы с разными значениями λ при нестационарном возбуждении колебаний.

Сначала значения $\varepsilon(\lambda)$ были определены на основании обработки записей колебаний грунтов при землетрясениях. При этом определялись значения смещений системы $\varkappa$ для разных величин λ путем решения уравнения вынужденных колебаний приемами, изложенными ранее [6].

Были сделаны расчеты для 11 записей землетрясений силою 5—6 баллов и определены смещения $\varkappa$ при значениях логарифмического декремента затухания 0,25; 0,5; 0,75; 1,0 и 2,0. Затем были вычислены коэффициенты демпфирования ε, средние значения которых приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значения коэффициента демпфирования по записям колебаний грунта во время землетрясений

λ	0,25	0,50	0,75	1,00	2,00
ε	1,32	1,00	0,88	0,73	0,59

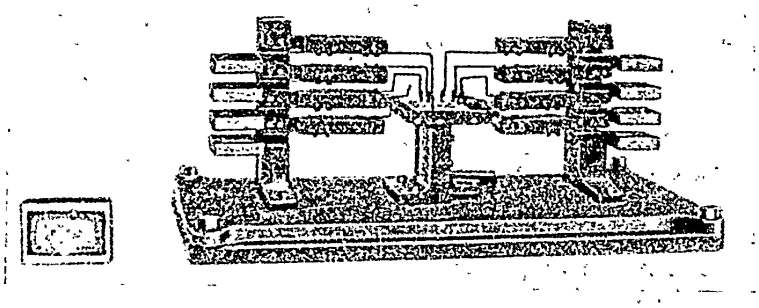
Как следует из табл. 2, значение ε монотонно уменьшается с увеличением затухания. При увеличении декремента в два раза коэффициент ε уменьшается примерно на 30%.

Как указывалось, приведенные значения ε в функции от λ были получены при постоянном $T = 0{,}25$ сек. Для сравнения были сделаны расчеты для других значений T. При этом было обнаружено, что с увеличением T кривая ε немного сглаживается, т. е. для $\lambda > 0{,}5$ коэффициенты ε увеличиваются, а для $\lambda < 0{,}5$ коэффициенты ε уменьшаются по сравнению с приведенными в табл. 2. Например, при $T = 1{,}0$ сек. коэффициент ε равен: для $\lambda = 1{,}0$, $\varepsilon = 0{,}82$ и для $\lambda = 0{,}25$, $\varepsilon = 1{,}27$.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Как видно из сопоставления приведенных цифр с данными табл. 2, изменения не велики и на начальной стадии исследования их можно не учитывать. Графоаналитические расчеты, которые пришлось выполнить для получения величин, приведенных в табл. 2, трудоемки, и поэтому было решено сделать специальный прибор для определения значений ε. Такой прибор, названный сейсмодеферометр (СД-1), был нами разработан и построен (фиг. 1). Он состоит из восьми маятников, совершающих гори-



Фиг. 1. Прибор СД-1 для измерения максимальных смещений маятников с разными затуханиями.

зонтальные колебания. Восстанавливающей силой является упругость плоской пружины. Все маятники имеют одинаковый период собственных колебаний $T = 0{,}25$ сек. и разные логарифмические декременты затухания от 0,15 до 2,0. Регистрируются максимальные отклонения маятников на закопченом стекле, укрепленном на опускающемся столике. Увеличение записи мало различается для разных маятников и близко к трем.

Прибор СД-1 был использован при записях сейсмических колебаний при больших взрывах, а также при регистрации нестационарных колебаний на виброплатформе. Записи сейсмических колебаний взрывов были осуществлены при следующих условиях:

а) Взрыв 1800 т ВВ на расстоянии 1400 м, 12.IV 1953 г., в Ташкентской области;

б) взрыв 10 т ВВ (рассредоточенные заряды в скважинах, $40 \times 0{,}25$ т) на расстоянии 200 м, 26.II 1954 г., в Запорожской области;

в) взрыв 14 т ВВ на расстоянии 356 м, 26.XI 1953 г., в Криворожской области.

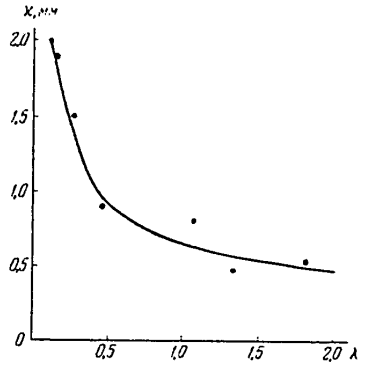
Полученные при записях максимальные отклонения центра качания маятника $\varkappa$ (в мм) даны на графиках (фиг. 2—4). Измеренные значения указаны на рисунках точками; кривые показывают усредненные зависимости $\varkappa$ от λ для каждого взрыва. По этим кривым могут быть определены коэффициенты ε путем деления значения $\varkappa$ при любом λ на его значение при $\lambda = 0{,}5$. Необходимость построения таких кривых вызвана тем, что в каждом из трех случаев записи маятника имели разные затухания (затухание

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

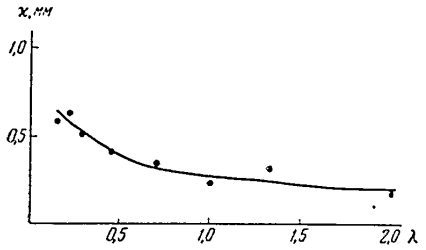
жидкостное), что обуславливалось техническими причинами. Средние значения коэффициентов, полученные при регистрации колебаний от взрывов, приводятся в табл. 3.

Для сравнения были выполнены лабораторные определения ε при помощи прибора СД-1. Прибор устанавливали на виброплатформе, совершающей нестационарные горизонтальные колебания. На эту же платформу был установлен виброграф ВЭГИК, регистрирующий неискаженное движение платформы на осциллограф ПОБ-12. Было сделано 12 записей, причем форма колебаний платформы не повторялась от опыта к опыту и задавалась вручную. Характерным для колебаний платформы было то, что в каждом случае движение по типу было сходным с возрастающе-затухающей синусоидой с малым числом полуволн, а по условному периоду—соизмеримым с периодом собственных колебаний маятника. Пример записи смещения платформы приведен на фиг. 5.

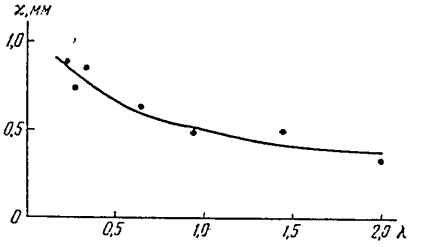


Фиг. 2 Наибольшие смещения маятников x с разными затуханиями λ при взрыве 1800 т ВВ на расстоянии 1400 м.

Средние значения ε из 12 опытов на виброплатформе обозначены точками на фиг. 6. Пунктирными линиями на этом рисунке ограничены зоны разброса значений ε при отдельных опы-



Фиг. 3. Наибольшие смещения маятников x с разными затуханиями λ при взрыве 40 × 0,25 т = 10 т ВВ на расстоянии 200 м.

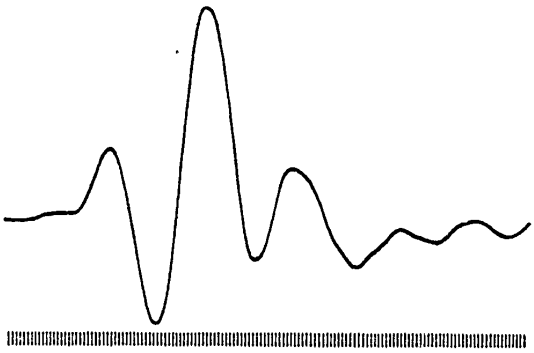


Фиг. 4. Наибольшие смещения маятников x с разными затуханиями λ при взрыве 14 т ВВ на расстоянии 356 м.

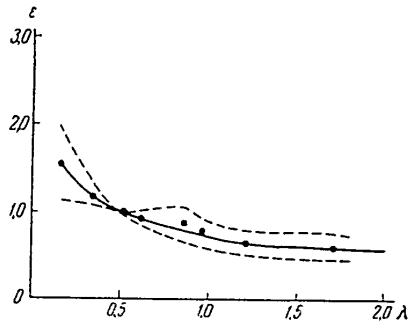
тах. Полученная кривая указывает, что зависимость ε от λ, полученная по лабораторным опытам, согласуется с тем, что дают натурные измерения Экспериментальные данные, полученные как в естественных, так и в лабораторных условиях, указывают, что при нестационарных сейсмических колебаниях основания с условными периодами, соизмеренными с собственным периодом маятника, максимальная амплитуда уменьшается с увеличением декремента λ. Однако это уменьшение происходит не так интенсивно, как в условиях резонанса при стационарных колебаниях.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

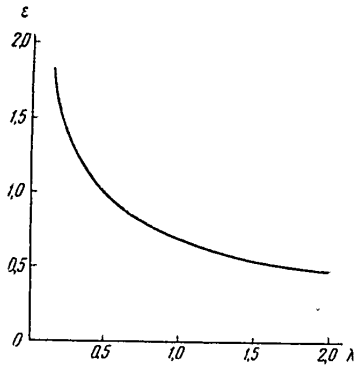
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5



Фиг. 5. Запись смещения виброплатформы. Вертикальные линии — марки времени с интервалом 0,01 сек.



Фиг. 6. Кривая зависимости ε от λ по записям нестационарных колебаний на виброплатформе прибором СД-1.



Фиг. 7. Расчетные значения коэффициентов демпфирования $\varepsilon(\lambda)=\frac{1}{\sqrt{2\lambda}}$ при $0{,}25 \leqslant \lambda \leqslant 2{,}00$.

Амплитуда вынужденных колебаний маятника достигает в условиях резонанса своего значения, определяемого из (16), лишь по прошествии n циклов, причем n зависит от величины силы внутреннего трения. Для i-го цикла значение y_0 определяется выражением:

$$y_{0i} = u_0 \frac{\pi}{\lambda}(1 - e^{-ht_i}). \qquad (19)$$

Как видно, нарастание амплитуды, следуя экспоненциальному закону, происходит вначале быстро, а затем медленно приближается к максимуму, определяемому выражением (16). При нестационарном режиме малое число колебаний, а также присутствие нерезонансных частот снижают роль сил затухания.

Оценка влияния затухания на максимальную амплитуду маятника при нестационарных колебаниях может быть сделана, если представить воздействие как серию последовательных импульсов и рассматривать стати-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

стическую задачу. Пусть в единицу времени на систему с одной степенью свободы действует большое число толчков, причем толчки могут быть разных знаков и действие как положительного, так и отрицательного по направлению толчка равновероятно. Обозначим приращение скорости маятника при действии одного толчка через $\Delta\dot{y}_i$. Тогда приращение кинетической энергии маятника ΔE_i равно:

$$\Delta E_i = \frac{m}{2}[(\dot{y} + \Delta\dot{y}_i)^2 - \dot{y}^2] = m\dot{y}\,\Delta\dot{y}_i + \frac{m}{2}(\Delta\dot{y}_i)^2. \tag{20}$$

За единицу времени действует большое число толчков, вызывающих приращение энергии E:

$$E = \sum \Delta E_i = \frac{m}{2}\sum(\Delta\dot{y}_i)^2. \tag{21}$$

При большом числе толчков приращения скорости $\Delta\dot{y}_i$ поровну будут иметь знак плюс и минус, и поэтому в выражении (21) не входит сумма $m\dot{y}\,\Delta\dot{y}_i$, которая будет равна нулю. За ту же единицу времени количество рассеиваемой энергии R из-за внутреннего трения определяют через среднее значение квадрата скорости колебания $\overline{\dot{y}^2}$, считая, что сила трения пропорциональна скорости:

$$R = 2hm\overline{\dot{y}^2}. \tag{22}$$

Приравнивая приобретенную и рассеянную энергию, получим:

$$\overline{\dot{y}^2} = \frac{\pi}{2p\lambda}\sum(\Delta\dot{y}_i)^2. \tag{23}$$

Принимая, что квадрат наибольшего смещения маятника y_0^2 связан со средним значением квадрата скорости колебания некоторым множителем k_1, не зависящим от λ: $y_0^2 = k_1\overline{\dot{y}^2}$, получим соотношение между y_0 и λ в следующем виде:

$$y_0 = k\frac{1}{\sqrt{\lambda}}. \tag{24}$$

Коэффициент демпфирования $\varepsilon(\lambda)$, представляющий отношение смещения y_0 при любом значении λ к его значению при $\lambda = 0{,}5$, на основе полученной в (24) зависимости равен:

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{k\frac{1}{\sqrt{\lambda}}}{k\frac{1}{\sqrt{0{,}5}}},$$

откуда:

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\lambda}}. \tag{25}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Сопоставим полученное выражение для коэффициента демпфирования (25) с экспериментальными данными, приведенными выше (табл. 3). График функции $\varepsilon(\lambda)$, согласно (25), дан на фиг. 7.

Таблица 3

Величина коэффициента демпфирования по разным данным

Условия определения	Значения ε при декрементах затухания λ						
	0,15	0,25	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
По записям колебаний грунта при землетрясениях	—	1,32	1,0	0,88	0,73	—	0,59
По записям сейсмических колебаний при взрывах прибором СД-1	1,68	1,41	1,0	0,83	0,74	0,62	0,54
По записям нестационарных колебаний на виброплатформе прибором СД-1	1,57	1,34	1,0	0,86	0,72	0,58	0,55
По формуле $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2\lambda}}$	1,83	1,42	1,0	0,82	0,71	0,58	0,50

Как следует из данных, приведенных в табл. 3, формула (25) показывает результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными, что дает основание принять ее для определения расчетного значения $\varepsilon(\lambda)$ в спектре действия, заданного формулой (1).

Практическое использование могут иметь значения $\varepsilon(\lambda)$ при изменении λ от 0,25 до 1,50. Этим диапазоном λ и следует ограничить применимость формулы (25).

ЛИТЕРАТУРА

1. С. В. Медведев. Настоящий сборник, стр. 62.
2. С. В. Медведев. Тр. Геофиз. ин-та АН СССР, № 21 (148), 1953.
3. Е. С. Сорокин. Сб. «Исследования по динамике сооружений». Стройиздат, 1951.
4. А. Г. Назаров. Докл. АН Арм. ССР, 16, № 3, 1953.
5. И. М. Рабинович. Строительная механика. Стройиздат, 1954.
6. С. В. Медведев. Настоящий сборник, стр. 80.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ТРУДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА, № 36 (163)

С. В. МЕДВЕДЕВ

СЕЙСМОМЕТР ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ БАЛЛЬНОСТИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

В статье дается описание и приемы установки, регулировки и эксплуатации сейсмометра СБМ, разработанного автором.

* * *

1. ОПИСАНИЕ ПРИБОРА

Сейсмометр для определения балльности, разработанный автором в 1951 г. и названный СБМ, предназначен для оценки силы землетрясения в пределах от 5 до 10 баллов в соответствии с сейсмической шкалой, опубликованной в Трудах Геофизического института, № 21 (1953).

Общий вид сейсмометра показан на фиг. 1. Прибор представляет собой правильную трехгранную усеченную пирамиду высотой 62 см и стороной основания 44 см. Главным элементом прибора является сферический упругий маятник, совершающий горизонтальные колебания при движении почвы во время землетрясения. Инертной массой маятника служит сферически вогнутый медный лист *1* (цифры здесь и далее соответствуют цифрам на фиг. 1), помещенный между зазорами постоянных магнитов *2* и служащий одновременно для придания маятнику необходимого затухания. На конце маятника помещена игла *3*, производящая запись колебаний на закопченом стекле *4*. Съемное стекло укреплено на опускающемся столике *5*.

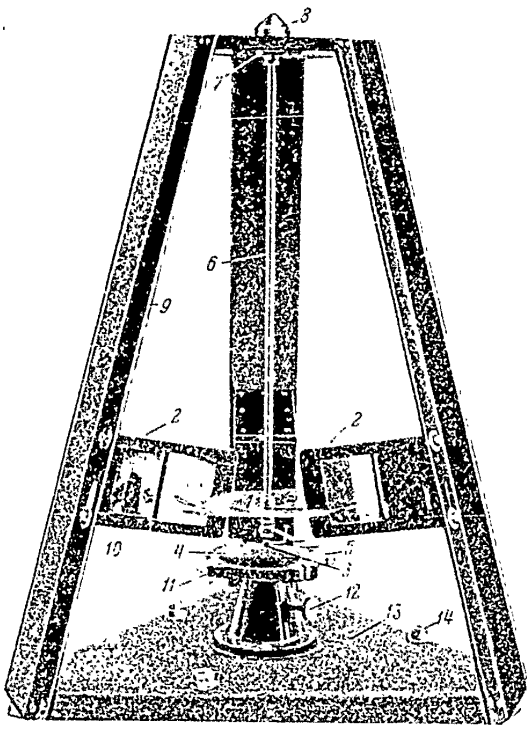
Восстанавливающей силой при колебании маятника является упругость пружины *6*. Пружина в виде прямолинейного стального стержня, диаметром 6 мм, жестко укреплена в верхней плите прибора. Внизу с пружиной скреплен медный диск маятника, положение которого может регулироваться по вертикали посредством двусторонних парных гаек. Игла *3* укреплена на конце стержня *6* на специальной тонкой плоской пружинке. Винт на пружинке позволяет регулировать нажим иглы на закопченое стекло. Горизонтальное перемещение пружины маятника осуществляется у верхней опоры пружины. Для этого в верхней плоскости каркаса прибора сделано широкое отверстие, закрываемое широкими шайбами *7*. Пружина крепится к верхней плоскости двусторонними парными гайками, закрытыми сверху алюминиевым колпачком *8*. Период

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

собственных колебаний маятника регулируется вертикальным перемещением стержня.

Три магнита, создающие затухание колебания маятника, укреплены на трех наклонных стойках *9* каркаса посредством болтов. На уголках каркаса сделаны овальные отверстия для возможности перемещения магнитов по вертикали, что требуется для обеспечения свободного перемещения маятника и регулировки периода его собственных колебаний.



Фиг. 1. Общий вид сейсмометра СБМ.

1 — медный вогнутый диск — масса маятника, *2* — постоянные магниты; *3* — игла; *4* — закопченое стекло; *5* — опускающийся столик; *6* — стальная пружина, *7* — шайбы верхнего отверстия; *8* — верхний колпачок; *9* — наклонные стойки; *10* — шунты магнитов; *11* — винт для крепления стекла; *12* — винт, закрепляющий столик; *13* — нижняя плита, *14* — анкерные болты.

Затухание маятника регулируется путем шунтирования магнитов при помощи накладных стальных планок *10*. Меняя их расположение относительно сердечника магнита, можно регулировать затухание.

На нижней плите прибора устроен столик для крепления стекла. Стекло имеет сферически вогнутую поверхность для соблюдения постоянства нажима пружинки иглы. Стекло крепится к столику четырьмя винтами *11*. Для установки закопченного стекла столик можно опускать и поднимать. Фиксация его положения осуществляется посредством закрепляющего винта *12*.

Нижнюю плиту сейсмометра при помощи анкерных болтов *14* прикрепляют к бетонному полу или фундаменту.

2. РЕГУЛИРОВКА ПРИБОРА

Сейсмометр СБМ имеет период собственных колебаний $T = 0{,}25$ сек. и логарифмический декремент затухания $\lambda = 0{,}50$. Допускаемое отклонение периода собственных колебаний $\Delta T = \pm 0{,}01$ сек. Допускаемое отклонение логарифмического декремента затухания $\Delta\lambda = \pm 0{,}02$.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Период собственных колебаний маятника сейсмометра определяется посредством оптической записи собственных затухающих колебаний на быстроходном регистре. При этом используются обычный коллиматор и зеркальце, временно укрепляемое на маятнике. Период собственных колебаний регулируется при изготовлении прибора. При установке прибора, а также в процессе эксплуатации в регулировке периода нет необходимости.

Затухание сейсмометра определяется также посредством оптической записи. Логарифмический декремент затухания определяется на основании измерения амплитуд по виброграмме и рассчитывается по одной из формул:

$$e^{-\lambda} = \frac{A_2}{A_1}, \quad e^{-(n-1)\lambda} = \frac{A_n}{A_1}.$$

В первой формуле амплитуды затухающего колебания измеряются через один период, а во второй — через n периодов колебания. При $\lambda = 0{,}50$ отношение $A_2 : A_1$ должно быть равно 0,61, в случае $n = 6$ отношение $A_6 : A_1$ равно 0,082.

Затухание определяется при установке прибора на сейсмической станции и переопределяется в процессе эксплуатации каждые два года. При отсутствии полевого регистрира затухание может быть определено упрощенным способом. Для этого берут полосу из обычного стекла с нанесенным на ней слоем копоти. Затем столик сейсмометра опускают настолько, чтобы игла маятника касалась свободно положенной на столик полоски стекла. Дают начальное отклонение маятнику, и когда маятник начнет совершать затухающие свободные колебания, пластинку закопченого стекла передвигают рукой по направлению, перпендикулярному плоскости колебания маятника. В результате на закопченом стекле будет записано несколько колебаний маятника. Измеряя последующие амплитуды, можно определить логарифмический декремент затухания.

3. УСТАНОВКА ПРИБОРА

Сейсмометр СБМ устанавливается на сейсмической станции для регистрации колебаний грунта (но не здания станции). Поэтому прибор следует ставить на бетонный пол подвального помещения или первого этажа при отсутствии под ним подвала, если бетонный пол покоится непосредственно на грунте.

Сейсмометр не должен иметь смещений относительно пола при сильных землетрясениях. Для этого нижнюю плиту крепят к полу посредством анкерных болтов. Анкерные болты устанавливают в гнезда, пробиваемые в полу, и заливают цементным раствором.

Горизонтальное положение нижней плиты прибора при установке проверяют при помощи простого уровня.

После установки прибора следует проверить, имеется ли свободный ход при колебании маятника с большими амплитудами (не цепляется ли

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

медная пластина о магниты). Проверку делают на слух. Необходимо проверить, хорошо ли затянуты все гайки (верхние и нижние) на стальной пружине маятника. Кроме того, необходимо отрегулировать нажим пружинки иглы, чтобы, во-первых, игла при больших колебаниях не отставала от стекла, а во-вторых, чтобы не было чрезмерного нажима иглы на стекло.

После установки сейсмометра на столике белой краской следует нанести тонкую полоску, указывающую направление от центра стекла на север. Желательно установить прибор так, чтобы зажимы, укрепляющие стекло и имеющие специально заостренные концы, были ориентированы по странам света.

4. ЭКСПЛУАТАЦИЯ ПРИБОРА

На сферическое стекло прибора наносят слой копоти. Чтобы закоптить стекло, можно пользоваться керосинкой или простой горелкой с фитилем типа спиртовки. Слой копоти должен быть по возможности тонким. Для копчения следует употреблять следующий состав: керосин — 2 части и скипидар — 1 часть.

До начала наблюдений следует сделать на стекле несколько опытных записей, отклоняя диск маятника рукой, и после этого установить окончательно закопченое стекло.

У края закопченого стекла должна быть проведена специальной иглой короткая радиальная линия, указывающая направление на север.

После того как произойдет землетрясение силою 4 и более баллов, необходимо опустить столик сейсмометра, фиксировать его в опущенном состоянии закрепляющим винтом и вынуть закопченое стекло из сейсмометра. С закопченого стекла делают контактным способом отпечатки на обыкновенную фотобумагу. Сперва следует снять две фотокопии, располагая фотобумагу с плоской стороны стекла, а затем снять две фотокопии, располагая бумагу со стороны вогнутой закопченой поверхности стекла.

При копировании записи на фотобумагу освещение следует давать по возможности параллельными лучами. Для этого электрическая лампочка должна быть удалена от фотобумаги так, чтобы свет падал нормально к плоскости бумаги.

После проявления фотокопий со стекла снимают ваткой старую копоть, наносят новую, закопченое стекло устанавливают на столике и столик поднимают для производства записей возможных последующих землетрясений.

Запись на закопченом стекле имеет увеличение по сравнению с отклонением центра качания маятника $k = 1{,}1$; на основании измеренной наибольшей одиночной амплитуды на записи x можно получить максимальное смещение сферического маятника x_0 при землетрясении:

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$x_0 = \frac{x}{1,1}.$$

Найденное максимальное смещение x_0 позволяет определить по сейсмической шкале балльность землетрясения. В сейсмической шкале, составленной автором (Труды Геофиз. ин-та, № 21, 1953), указано, что сила землетрясения в баллах определяется величиной x_0, представляющей собой максимальное относительное смещение сферического упругого маятника сейсмометра. Маятник имеет период собственных колебаний $T = 0,25$ сек. и логарифмический декремент затухания $\lambda = 0,50$. Величины x_0, измеряемые в миллиметрах, указаны в табл. 1.

Таблица 1

Балл	Название землетрясения	x_0, мм
1	Незаметное	—
2	Очень слабое	—
3	Слабое	—
4	Умеренное	<0,5
5	Довольно сильное	0,5— 1,0
6	Сильное	1,1— 2,0
7	Очень сильное	2,1— 4,0
8	Разрушительное	4,1— 8,0
9	Опустошительное	8,1—16,0
10	Уничтожающее	16,1—32,0
11	Катастрофа	>32,0
12	Сильная катастрофа	—

В составленной сейсмической шкале дано, кроме того, описание эффекта землетрясения по следующим признакам для всех 12 баллов: а) действие на здания и сооружения; б) остаточные явления в грунтах и изменение режима грунтовых и наземных вод; в) прочие признаки.

Такие описания даны в шкале в целях:

1) установления силы землетрясения в местах, где отсутствуют сейсмометры;

2) определения балльности для землетрясений, сила которых не определяется сейсмометром;

3) характеристики эффекта землетрясения, балльность которого определяется сейсмометром.

Предложенная автором оценка силы землетрясения принята в диапазоне от 6 до 9 баллов в качестве стандарта («Государственный общесоюзный стандарт ГОСТ 6249-52. Шкала для определения силы землетрясения в пределах от 6 до 9 баллов. Взамен ОСТ 4537»).

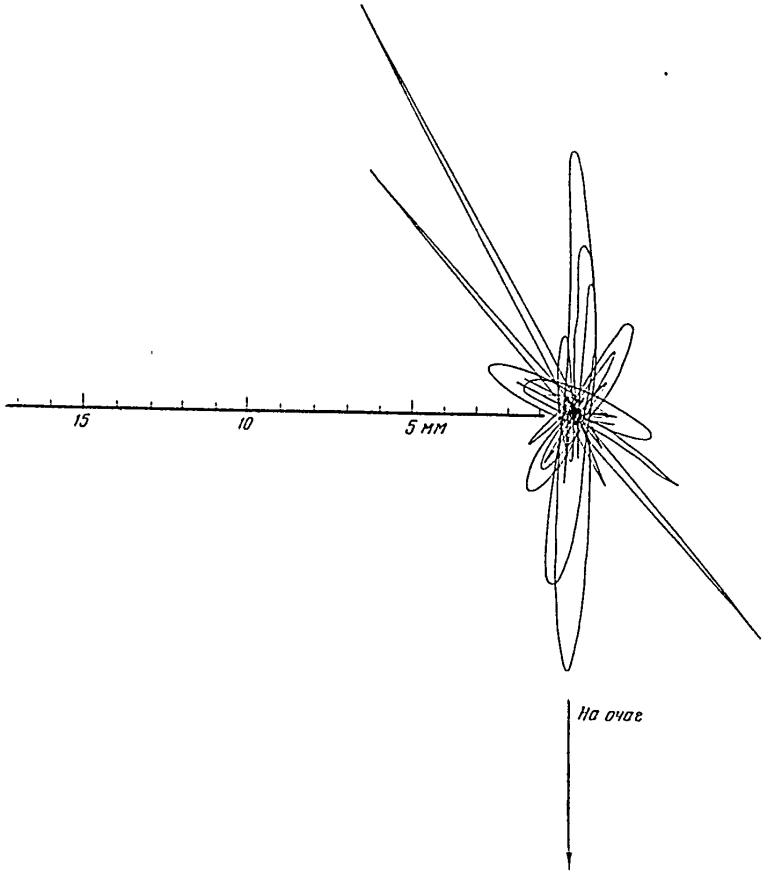
Сейсмометры СБМ для определения балльности установлены на 17 сейсмических станциях Геофизического института. При этом выбраны станции, расположенные в сейсмически активных районах, как,

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

например, в Ашхабаде, Алма-Ате, Андижане, Сталинабаде и др. В Андижане 10.V 1955 г. произошло землетрясение силою 5 баллов. Сейсмометр СБМ показал $x_0 = 1{,}0$ мм, что соответствует шкале.

Отметим, что сейсмометр СБМ использовался при регистрации сейсмовзрывных колебаний. В 1953 г. была получена запись колебания при взрыве, произведенном при горных работах в Средней Азии. Сейсмометр



Фиг. 2. Запись колебаний при взрыве 1800 т ВВ на расстоянии 600 м, произведенная сейсмометром СБМ (увеличено).

СБМ был расположен на метаморфизированных известняках на расстоянии 600 м от очага взрыва заряда весом 1800 т. В полевых измерениях участвовали В. С. Непшина и В. И. Бунэ. На фиг. 2 приведена запись колебания маятника в увеличенном виде. Для возможности интерпретации на фиг. 2 показана линейка с расстояниями от центра (от точки, отвечающей состоянию покоя маятника). Стрелкой указано направление на очаг взрыва.

Как следует из фиг. 2, наибольшее смещение маятника, т. е. наиболь-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

шая из всех амплитуд, равно $x_0 = 14{,}4$ мм. По сейсмической шкале сила сейсмических колебаний оценивается в 9 баллов. Сейсмическое действие взрыва на этом расстоянии согласуется с описательной характеристикой девятибалльного землетрясения (горные обвалы и осыпи, значительные повреждения деревянных построек).

Подробный анализ произведенной записи выходит за рамки статьи. Здесь лишь отметим, что направление наибольшего смещения маятника не соответствует направлению очаг — пункт наблюдения.

Опыт эксплоатации приборов СБМ на постоянных сейсмических станциях позволит судить о возможных недостатках прибора и искать пути к их устранению.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ТРУДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА, № 36 (163)

И. Л. ПЕРСЕСОВ

О КОЭФФИЦИЕНТЕ СВЯЗИ СИСТЕМЫ СЕЙСМОГРАФ — ГАЛЬВАНОМЕТР

В статье разбирается вопрос о влиянии коэффициента связи на систему сейсмограф — гальванометр. Показывается, что наличие связи между гальванометром и сейсмографом требует, при идентификации постоянных приборов, идентифицировать также и коэффициент связи последних.

* * *

Обычно для записи землетрясений приборами с одинаковой частотной характеристикой и увеличением производят идентификацию четырех постоянных: периодов и затуханий сейсмографов T_1 и D_1 и гальванометров T_2 и D_2. Исследование системы сейсмограф — гальванометр показывает, что одинаковые характеристики разных приборов могут быть получены только в том случае, если идентифицируются и коэффициенты связи системы.

Шмерлинг [1] рассмотрел влияние коэффициента связи на систему сейсмограф — гальванометр для частного случая равенства периодов сейсмографа и гальванометра. Однако в большей части работ по сейсмометрии влияние коэффициента связи на поведение системы сейсмограф — гальванометр не учитывается, хотя оно может быть довольно заметным. Поэтому имеет смысл остановится на этом вопросе несколько подробнее для более общего случая гальванометрической регистрации.

Уравнение свободных колебаний любой системы с двумя степенями свободы для малых перемещений имеет вид:

$$\begin{aligned} \beta_{11}\ddot{x}_1 + \beta_{12}\ddot{x}_2 + \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \varepsilon_{11}\dot{x}_1 + \varepsilon_{12}\dot{x}_2 = 0, \\ \beta_{12}\ddot{x}_1 + \beta_{22}\ddot{x}_2 + \alpha_{12}x_1 + \alpha_{22}x_2 + \varepsilon_{12}\dot{x}_1 + \varepsilon_{22}\dot{x}_2 = 0. \end{aligned} \qquad (1)$$

Здесь под коэффициентом β могут подразумеваться массы, моменты инерции, индуктивности и пр., под α — упругость, емкость и пр., под ε — омическое сопротивление, вязкое трение и пр. Взаимодействие двух колебательных систем приводит к передаче энергии из первой во вторую и обратно. Коэффициенты α_{12}, β_{12}, ε_{12} и характеризуют связь между системами. Удобнее рассматривать безразмерные коэффициенты связи:

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$\gamma_1^2 = \frac{\beta_{12}^2}{\beta_{11}\beta_{22}}; \qquad \gamma_2^2 = \frac{\alpha_{12}^2}{\alpha_{11}\alpha_{22}}. \qquad \gamma_3^2 = \frac{\varepsilon_{12}^2}{\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}}. \tag{2}$$

В таком виде коэффициенты связи показывают, какая доля энергии расходуется в системе, а какая идет на передачу энергии из одной системы в другую. Иначе говоря, коэффициенты связи характеризуют отношение средней энергии связи к средней энергии парциальных систем (1) [парциальными системами называются системы, которые получатся из (1), если $\alpha_{12} = \beta_{12} = \varepsilon_{12} = 0$]. Очевидно, что $0 < \gamma_i < 1$. γ_1 называется коэффициентом инерционной связи, γ_2 — упругой связи, γ_3 — диссипативной связи или связи на трении (затухании). Если все $\gamma_i = 0$, то системы изолированы и процессы в каждой из них происходят независимо от процессов в другой.

Связь на затухании используется главным образом в сейсмометрии при гальванометрической регистрации и в теории колебаний не разбирается.

Преобразуя систему (1) применительно к гальванометрической регистрации, получим:

$$\begin{aligned} K_1\ddot{\theta} + \left(B_1 + \frac{g_1^2}{R+r}\right)\dot{\theta} + c_1\theta - \frac{g_2 g_1}{R+r}\dot{\varphi} = 0, \\ K_2\ddot{\varphi} + \left(B_2 + \frac{g_2^2}{R+r}\right)\dot{\varphi} + c_2\varphi - \frac{g_2 g_1}{R+r}\dot{\theta} = 0, \end{aligned} \tag{3}$$

где K_1 и K_2 — моменты инерции сейсмографа и гальванометра; c_1 и c_2 — жесткость подвесов сейсмографа и гальванометра; $\left(B_1 + \frac{g_1^2}{R+r}\right)$ и $\left(B_2 + \frac{g_2^2}{R+r}\right)$ — затухание сейсмографа и гальванометра; $\frac{g_2 g_1}{R+r}$ — член, связывающий обе системы; g_1 и g_2 — электродинамические постоянные; R и r — сопротивления катушек сейсмографа и гальванометра. Под B_i подразумевается любое затухание — жидкостное, воздушное, электромагнитное. Это затухание в дальнейшем будем называть «внешним» затуханием.

Согласно общему определению, коэффициент связи уравнения (3) будет:

$$\gamma_3^2 = \sigma^2 = \frac{g_1^2 g_2^2}{(R+r)^2\left[B_1 + \frac{g_1^2}{R+r}\right]\left[B_2 + \frac{g_2^2}{R+r}\right]}.$$

Если затухание гальванометра B_1 мало, то им можно пренебречь, и

$$\sigma^2 = \frac{g_1^2}{(R+r)\left[B_1 + \frac{g_1^2}{R+r}\right]}.$$

В частном случае, когда все внешнее затухание сейсмографа осуществляется электромагнитным способом, а электродинамические постоянные

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

катушек затухания и основных катушек одинаковы, для коэффициента связи имеем выражение:

$$\sigma^2 = \frac{1}{\frac{R+r}{R+r_{вн}}+1}.$$

На практике, при отсутствии специальных демпфирующих устройств у сейсмографа и гальванометра, воздушное затухание можно не учитывать, и в этом случае коэффициент связи всегда равен 1, независимо от соотношений масс сейсмографа и гальванометра. При наличии любой специальной демпфирующей системы, равенство нулю коэффициента связи означает (поскольку g_1 и $g_2 \neq 0$), что энергия массы сейсмографа теряется главным образом на «внешнем» сопротивлении. Таким образом, для данной конструкции сейсмографа и гальванометра уменьшение коэффициента связи неизбежно влечет за собой общее снижение увеличения системы сейсмограф—гальванометр.

Обычно уравнение гальванометрической регистрации записывается в виде:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} + 2\varepsilon_1\dot{\theta} + n_1^2\theta - 2\varepsilon_1\sigma_1\dot{\varphi} &= 0, \\ \ddot{\varphi} + 2\varepsilon_2\dot{\varphi} + n_2^2\varphi - 2\varepsilon_2\sigma_2\dot{\theta} &= 0. \end{aligned} \qquad (3')$$

В работах по сейсмометрии [3, 4, 5] встречается утверждение, что последним членом первого уравнения системы (3′) можно пренебречь в силу того, что отношение момента инерции гальванометра к моменту инерции сейсмографа очень мало. Из изложенного выше следует, что это неточно. Пренебрегать этим членом по указанным соображениям нельзя, так как связывающим членом уравнений является только член $\frac{g_1 g_2}{R+r}$, который от отношения моментов инерции не зависит.

Коэффициентом $2\varepsilon_1\sigma_1$ можно пренебречь, но только в том случае, когда можно показать, что коэффициент связи σ^2 мал. Малость коэффициента связи означает, что затухание B_1 сейсмографа велико и энергия обратного тока, возникающего при движении рамки гальванометра и действующего на маятник, расходуется не на перемещение маятника, а гасится в его демпфирующей системе.

Уменьшение коэффициента связи σ^2 с увеличением момента инерции маятника происходит в силу того, что для сохранения того же самого затухания у сейсмографа мы должны увеличить демпфирующие силы, но не потому, что мы увеличили массу сейсмографа. Действительно, затухание сейсмографа определяется по формуле

$$D_1 = D_0 + D_{11} + D_{12} = D_0 + \frac{g_1^2}{2K_1 n_1 (R_1 + r_1)} + \frac{\overline{g_1}^2}{2K_1 n_1 (R_2 + r_2)}, \qquad (4)$$

где D_0 — воздушное затухание, n_1 — частота свободных колебаний, g_1 — электродинамическая постоянная основной катушки, $\overline{g_1}$ — электро-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

динамическая постоянная катушки затухания, R_1 — сопротивление основной катушки, R_2 — сопротивление катушки затухания, r_1 — сопротивление рамки гальванометра, r_2 — внешнее сопротивление затухания, K_1 — момент инерции.

Из формулы (4) следует, что увеличение K_1 приведет только к уменьшению затухания маятника.

Чтобы было ясно, как сказывается на связанной системе наличие диссипативной связи по сравнению с упругой и инерционной, напомним, что наличие последних приводит к появлению в системе двух собственных частот [2, 6, 7]. При этом высшая собственная частота системы выше бо́льшей парциальной, а низшая собственная частота — ниже меньшей парциальной:

$$\omega_1 < n_1 < n_2 < \omega_2,$$

где ω_1 и ω_2 — собственные частоты; n_1 и n_2 — парциальные частоты.

В случае вынужденных колебаний резонансные явления в системах будут происходить не на парциальных, а на собственных частотах ω_1 и ω_2. Если частоты ω_1 и ω_2 близки одна к другой, то колебания будут носить характер биения.

Рассмотрим, что происходит в системе при наличии диссипативной связи. Предположим, что в уравнении (3′) членами, зависящими от упругих постоянных, можно пренебречь, тогда уравнение гальванометрической регистрации будет:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} + 2\varepsilon_1\dot{\theta} - 2\varepsilon_1\sigma_1\dot{\varphi} &= 0, \\ \ddot{\varphi} + 2\varepsilon_2\dot{\varphi} - 2\varepsilon_2\sigma_2\dot{\theta} &= 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Решение системы будем искать в виде:

$$\begin{aligned} \theta &= Ae^{-\lambda t}, \\ \varphi &= Be^{-\lambda t}, \end{aligned}$$

где λ — коэффициент затухания, A и B — постоянные, подлежащие определению из начальных условий.

Характеристическое уравнение системы (5) имеет вид:

$$\lambda^2 - 2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\lambda + 4\varepsilon_1\varepsilon_2(1 - \sigma^2) = 0; \tag{6}$$

деля на ε_1^2 и обозначая $\frac{\lambda_1}{\varepsilon_1} = z$, $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \xi$, получим

$$z^2 - 2z(1 + \xi) + 4\xi(1 - \sigma^2) = 0. \tag{7}$$

Уравнение (7) является уравнением гиперболы с асимптотами $z = 2$ и $z = 2\xi$.

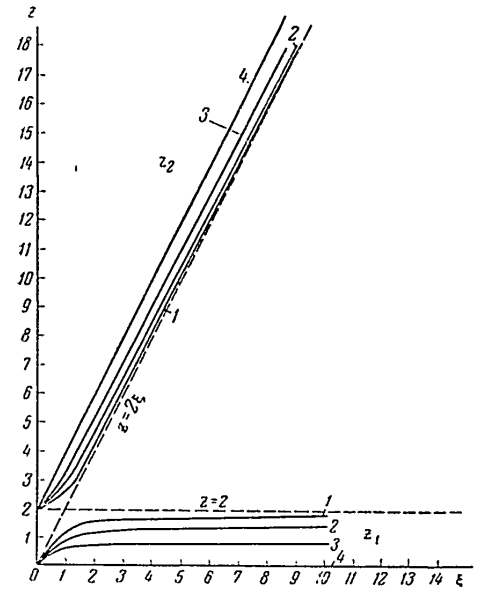
На фиг. 1 уравнение (7) представлено графически при разных значениях коэффициента связи σ^2.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Уравнение (7) при заданном коэффициенте связи σ^2 дает z_1 и z_2 как функцию ξ, где ξ характеризует «расстройку» затухания.

Прямая $z = 2$ соответствует парциальному затуханию ε_1, а прямая $z = 2\xi$ — парциальному затуханию ε_2. z_1 соответствует собственному затуханию δ_1, а z_2 — собственному затуханию δ_2. Из фиг. 1 следует, что при наличии диссипативной связи собственные затухания «раздвигаются» по отношению к исходным парциальным затуханиям ε_1 и ε_2. При заданном значении коэффициента связи σ^2 вблизи совпадения парциальных затуханий ($\xi = 1$) собственные затухания отличаются от парциальных на максимальную величину.



Фиг. 1. График, иллюстрирующий изменение затухания в связанной системе при различных значениях коэффициента связи σ^2

$1 — \sigma_2 = 0{,}1$; $2 — \sigma_2 = 0{,}25$; $3 — \sigma_2 = 0{,}5$; $4 — \sigma_2 = 1{,}0$.

По аналогии с системами с упругой и инерционной связью можно формулировать следующее положение: возникновение связи между изолированными системами ведет к повышению высшего собственного затухания и уменьшению низшего собственного затухания:

$$\delta_1 < \varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \delta_2 \text{ или}$$
$$\delta_2 > \varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \delta_1.$$

Таким образом, связь на затухании, в отличие от инерционной и упругой связи, влияет не на собственные частоты, а на собственные затухания. Наличие в уравнениях (3) членов с упругими постоянными системы, как будет показано ниже, несколько меняет количественную картину, но не меняет ее качественно. Затухание изменяется на обоих компонентах независимо от их периода. У парциальной системы, имеющей большое затухание, затухание растет, имеющей меньшее затухание, —падает.

Из изложенного следует, что при идентификации сейсмографов и гальванометров нужно достаточно тщательно идентифицировать и коэффициент связи σ^2. Пренебрежение идентификацией коэффициента связи может повлечь за собой при неблагоприятном соотношении параметров приборов расстройку частотных характеристик вследствие изменения затуханий в связанной системе.

Представляет интерес выяснить, когда влияние связи на систему будет значительным, а когда им можно пренебречь.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Академик Л. И. Мандельштам, анализируя вопрос о влиянии упругой и инерционной связи на парциальные системы, ввел понятие коэффициента связанности γ: $\gamma = \sigma \frac{2n_1 n_2}{|n_1 - n_2|}$.

Смысл введения этого коэффициента заключается в том, что не только величина связи σ существенно определяет характер взаимодействия между системами, но и близость парциальных частот одна к другой. Если $\gamma \ll 1$, то взаимодействие между системами мало. Иными словами, взаимодействие между системами ничтожно, если связанность мала. При приближении к равенству парциальных частот связанность возрастает даже при небольшой связи.

По аналогии можно ввести в рассмотрение и коэффициент связанности для диссипативной связи. Решая (6) относительно λ, получим $\lambda_{1,2} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \pm \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + 4\varepsilon_1\varepsilon_2\sigma^2}$.

Очевидно, влияние связи будет мало, если $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 \gg 4\varepsilon_1\varepsilon_2\sigma^2$. Тогда коэффициент связанности определится, как

$$\gamma^2 = \sigma^2 \frac{4\varepsilon_1\varepsilon_2}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2},$$

при $\gamma \to 0$ связанность будет мала, при $\gamma \to \infty$ связанность велика. В таком виде коэффициент связанности введен В. И. Халтуриным.

Поскóльку решение (5) зависит в общем случае и от членов с упругими постоянными, правильнее определять коэффициент связанности соотношением

$$\gamma^2 = \sigma^2 \frac{4\varepsilon_1\varepsilon_2}{|\omega_1^2 - \omega_2^2|}, \tag{8}$$

где $\omega_1^2 = n_1^2 - \varepsilon_1^2$ и $\omega_2^2 = n_2^2 - \varepsilon_2^2$.

Условие (8) может быть получено из приближенного решения уравнения (3′).

Рассмотрим влияние связи на систему гальванометр—сейсмограф в общем случае при наличии воздействующей силы:

$$\begin{aligned} \ddot{\vartheta} + 2\varepsilon_1\dot{\vartheta} + n_1^2\vartheta - 2\varepsilon_1\sigma_1\dot{\varphi} &= -\frac{\ddot{x}}{l_0}, \\ \ddot{\varphi} + 2\varepsilon_2\dot{\varphi} + n_2^2\varphi - 2\varepsilon_2\sigma_2\dot{\vartheta} &= 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Будем искать решение (9) при нулевых начальных условиях:

$$\begin{aligned} x(0) &= 0, & \vartheta(0) &= 0, & \varphi(0) &= 0, \\ \dot{x}(0) &= 0, & \dot{\vartheta}(0) &= 0, & \dot{\varphi}(0) &= 0, \\ \ddot{x}(0) &\neq 0, & \ddot{\vartheta}(0) &\neq 0, & \ddot{\varphi}(0) &\neq 0. \end{aligned}$$

Для решения воспользуемся методами операционного исчисления. Применяя к левой и правой части (9) преобразование Лапласа, получим

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

$$\frac{\bar{\varphi}}{\varphi} = -\frac{2\varepsilon_2\sigma_2}{l_0}\,\frac{p^3}{p^4+2p^3(\varepsilon_1+\varepsilon_2)+p^2[n_1^2+n_2^2+4\varepsilon_1\varepsilon_2(1-\sigma^2)]+2p(\varepsilon_1 n_2^2+\varepsilon_2 n_1^2)+n_1^2 n_2^2}. \quad (10)$$

В знаменателе стоит характеристическое уравнение. В самом общем случае решение его может быть представлено двумя парами комплексно сопряженных корней

$$p_1 = -\delta_1 + i\omega_1, \qquad p_3 = -\delta_2 + i\omega_2,$$
$$p_2 = -\delta_1 - i\omega_1, \qquad p_4 = -\delta_2 - i\omega_2.$$

Здесь δ_1 и δ_2 — собственные затухания, а ω_1 и ω_2 — собственные частоты, возникающие в системе за счет наличия связи.

Предположим, что решение уравнения каким-либо способом найдено, тогда оно может быть представлено следующим образом:

$$p^4 + 2(\delta_1+\delta_2)p^3 + p^2[(\omega_1^2+\delta_1^2)+(\omega_2^2+\delta_2^2)+4\delta_1\delta_2] + \\ + 2p[(\omega_1^2+\delta_1^2)\delta_2+(\omega_2^2+\delta_2^2)\delta_1] + (\omega_1^2+\delta_1^2)(\omega_2^2+\delta_2^2) = 0. \quad (11)$$

Напишем систему (9) в виде:

$$\ddot{\theta} + 2\delta_1\dot{\theta} + (\omega_1^2+\delta_1^2)\theta = -\frac{\ddot{x}}{l_0},$$
$$\ddot{\varphi} + 2\delta_2\dot{\varphi} + (\omega_2^2+\delta_2^2)\dot{\varphi} - 2\varepsilon_2\sigma_2\dot{\theta} = 0. \quad (12)$$

Замену ε_2 во втором уравнении системы (12) не производим, так как

$$2\varepsilon_2\sigma_2 = \frac{g_1 g_2}{K_2(R+r)},$$

и этот член от ε_2 не зависит.

Решая систему (12), получим характеристическое уравнение в форме (11), корни его тождественно удовлетворяют характеристическому уравнению (10). Таким образом, можно считать, что исходная система (9) с членом, учитывающим реакцию гальванометра на маятник, заменена некоторой фиктивной системой (12), в которой реакцией гальванометра можно пренебречь, так как влияние связи учтено в изменении параметров системы. Исходя из этого, будем говорить, что фиктивная система эквивалентна исходной системе с заменой в ней затухания маятника ε_1 на «собственное» затухание δ_1, затухания гальванометра ε_2 — на «собственное» затухание δ_2, частоты свободных колебаний маятника n_1^2 на $\omega_1^2+\delta_1^2$ и частоты гальванометра n_2^2 — на $\omega_2^2+\delta_2^2$; при этом реакция гальванометра на маятник фиктивной системы равна 0. Отсюда можно заключить, что все процессы в фиктивной системе будут определяться не исходными значениями параметров парциальных систем, а собственными значениями связанной системы. В общем случае, решение уравнения четвертой степени крайне громоздко и трудоемко; поэтому, чтобы найти необходимые нам величины δ_1, δ_2, $\omega_1^2+\delta_1^2$, $\omega_2^2+\delta_2^2$, поступим следующим образом. Из сопоставления уравнений (10) и (11) следует:

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

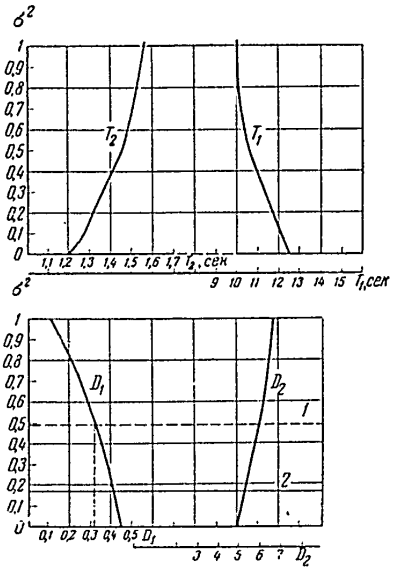
$$2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 2(\delta_1 + \delta_2), \tag{13а}$$

$$n_1^2 + n_2^2 + 4\varepsilon_1\varepsilon_2(1 - \sigma^2) = (\delta_1^2 + \omega_1^2) + (\delta_2^2 + \omega_2^2) + 4\delta_1\delta_2, \tag{13б}$$

$$2(n_1^2\varepsilon_2 + n_2^2\varepsilon_1) = 2[(\delta_1^2 + \omega_1^2)\delta_2 + (\delta_2^2 + \omega_2^2)\delta_1], \tag{13в}$$

$$n_1^2 n_2^2 = (\delta_1^2 + \omega_1^2)(\delta_2^2 + \omega_2^2). \tag{13г}$$

Исходя из полученной выше общей закономерности влияния коэффициента связи на систему маятник—гальванометр, будем изменять значения δ_1 и δ_2 на небольшую величину от исходных значений ε_1 и ε_2 при $\sigma^2 = 0$. Тогда система (13) позволяет легко определить значения δ_1, δ_2, $\delta_1^2 + \omega_1^2$, $\delta_2^2 + \omega_2^2$, а отсюда найти, какому значению σ^2 соответствуют найденные коэффициенты. Полагая $\delta_1 = \varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_1$, из уравнения (13а) находим δ_2. Подставляя значения δ_1 и δ_2 в уравнение (13в), найдем из системы (13в и 13г) $(\delta_1^2 + \omega_1^2)$ и $(\delta_2^2 + \omega_2^2)$. Определив все коэффициенты, подставляем их в уравнение (13б), считая σ^2 неизвестным. Из уравнения (13б) находим значение, удовлетворяющее новым значениям постоянных. Чтобы избежать решения квадратного уравнения, можно изменять значение $\delta_1^2 + \omega_1^2$; тогда из (13г) находим $\delta_2^2 + \omega_2^2$; подставляя в (13в) и решая систему (13а и 13в), находим значения δ_1 и δ_2. Далее из уравнения (13б) определяем σ^2.



Фиг. 2. Изменение затухания и периода в системе сейсмограф — гальванометр для сейсмографов общего типа СГК и СВК (исходные значения постоянных: $T_1 = 12{,}5$ сек., $T_2 = 1{,}2$ сек., $D_1 = 0{,}45$, $D_2 = 5$) при различных значениях коэффициента связи σ^2

1 — рабочий режим без загрубления; *2* — рабочий режим с загрублением в 3 раза.

Получив значение σ^2 для нескольких точек, можно построить кривые зависимости параметров системы от σ^2, и по этим кривым находить все промежуточные значения. На фиг. 2 и 3 приведены кривые, показывающие изменение параметров системы с изменением σ^2. Фиг. 2 относится к сейсмографам общего типа СГК и СВК. Из графика видно, что для СВК при отсутствии загрубления затухание сейсмографа уменьшается до значения 0,32, что приводит к появлению резонансного максимума на частотной характеристике прибора.

Из фиг. 2 и 3 видно, что, как и следовало ожидать из общих соображений, затухание в системе раздвигается в обе стороны от исходных значений, а периоды свободных колебаний сближаются. Так же как и в случае упругой и инерционной связи, сближение собственных частот при

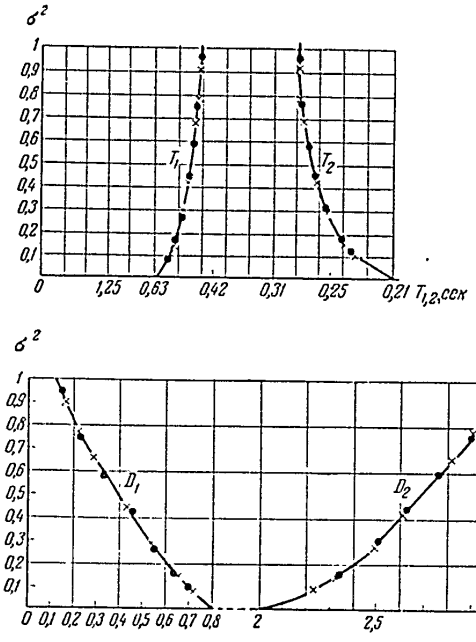
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

диссипативной связи может вызвать появление биений. Это, в свою очередь, приводит к полному искажению записи движения почвы.

Очевидно, что в силу тождественности уравнений (10) и (11) фазовая характеристика системы при этом не изменится.

Сильная связь в системе маятник — гальванометр, а как следствие этого — уменьшение затухания в системе, приводит к ухудшению ка-



Фиг. 3. Изменение затухания и периода в системе сейсмограф — гальванометр для приборов ГСХ и ВСХ (исходные значения постоянных T_1=0,63 сек., T_2 = 0,21 сек., D_1 = 0,8, D_2 = 2,0).

чества записи вследствие появления на сейсмограмме колебаний, главным образом на собственной частоте. При этом ухудшается качество записи первого вступления — увеличиваются длительность переходного режима, а также амплитудные и фазовые искажения. Характер переходного режима при разных параметрах приборов разобран в работах Д. П. Кириоса [8] и М. К. Полшкова [9].

При гальванометрической регистрации нужно стремиться к уменьшению коэффициента связи или, по крайней мере, иметь компоненты с разным затуханием. При этом у компоненты с меньшим затуханием нужно исходное затухание выбирать несколько бо́льшим, чтобы и при большой связи оно не опускалось ниже $D = 0,5$.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Schmerwitz Zeitschr. Geoph., H. 5/6, 1936.
2. С. Н. Стрелков. Введение в теорию колебаний, Гостехиздат, 1950.
3. Б. Б. Голицын. Лекции по сейсмометрии. СПб., 1912.
4. Е. Ф. Саваренский и Д. П. Кирнос. Элементы сейсмологии и сейсмометрии. Гостехиздат, 1949.
5. Г. А. Гамбурцев. Геофизические методы разведки, ч. I. 1937.
6. В. Н. Алеев. Основы радиотехники, Гостехиздат, 1950
7. Н. К. Крылов. Теоретические основы радиотехники, Гостехиздат, 1953.
8. Д. П. Кирнос. Тр. Геофиз. ин-та АН СССР, № 27 (155), 1955.
9. М. К. Полишков. Прикладная геофизика, вып. 6, 1947.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

СОДЕРЖАНИЕ

С. П. Ересько. Исследование ошибок определения положения очагов крымских землетрясений 3
Ф. П. Монахов. Углы выхода продольных сейсмических волн в районе Южно-Сахалинска 15
Н. А. Введенская. Выделение волны *sP* на записях глубоких землетрясений Средней Азии 25
Н. В. Кондорская. Выделение волны *sP* при неглубоких землетрясениях и ее использование для определения глубины очага 35
А. З. Кац. О методике измерения динамических деформаций в грунтах и сооружениях 48
С. В. Медведев. Колебание вертикальной системы при горизонтальных сейсмических воздействиях 62
С. В. Медведев. Зависимость сейсмических воздействий от периодов собственных колебаний сооружений 80
С. В. Медведев. Влияние сил внутреннего трения на колебание зданий при землетрясениях 114
С. В. Медведев. Сейсмометр для определения балльности землетрясений 127
Н. Л. Нерсесов. О коэффициенте связи системы сейсмограф — гальванометр 134

Утверждено к печати Геофизическим институтом Академии наук СССР

*

Редактор издательства *Н. В. Шебалин*. Технический редактор *С. М. Полесицкая*

*

РИСО АН СССР № 8-11В. Сдано в набор 31/I 1956 г. Подп. в печать 25/IV 1956 г. Формат бум. 70×108¹/₁₆. Печ. л. 9=12,33+1 вкл. Уч.-издат. лист. 9,5 + 1 вкл. (0,2 уч. изд. л.). Тираж 1500. Т-02688. Изд. № 1401. Тип. зак. 106. *Цена 6 р. 75 к.*

Издательство Академии наук СССР. Москва, Б-64, Подсосенский пер., д. 21

2-я типография Издательства АН СССР. Москва, Г-99, Шубинский пер., д. 10

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5

ОПЕЧАТКИ И ИСПРАВЛЕНИЯ

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть
3	Табл. 1 3-й столбец справа	$\sum = \frac{42{,}0 \cdot 10^{-4}}{50{,}8 \cdot 10^{-4}}$	$\frac{42{,}0 \cdot 10^{-4}}{\Sigma = 50{,}8 \cdot 10^{-4}}$
15	Табл. 2 3-й столбец справа	δy	$\delta \bar{y}$
25	Формула (5)	$\frac{y_n^2 + y_e^2 + y_n y_z + y_e y_z}{(y_e^2 + y_n^2)\sqrt{y_e^2 + y_n^2}}$	$\frac{y_n^2 + y_e^2 + y_n y_z + y_e y_z}{(y_e^2 + y_n^2)\sqrt{y_e^2 + y_n^2}} \cdot \delta y$
35	13 св.	волны;	волны P;
48	6 св.	$\cos \vartheta'$	$\cos \vartheta$
62	7 св.	$\cos \vartheta \cos \varphi \gamma_y$	$\cos \vartheta \sin \varphi \gamma_y$
80	Табл. 1 3-й столбец	308 331 307	291 327 293
114	Табл. 6 1-й столбец	5	2—5
127	17 св.	$\delta_2 > \varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \delta_1$	$\delta_1 > \varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \delta_2$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2013/01/22 : CIA-RDP81-01043R001500050001-5